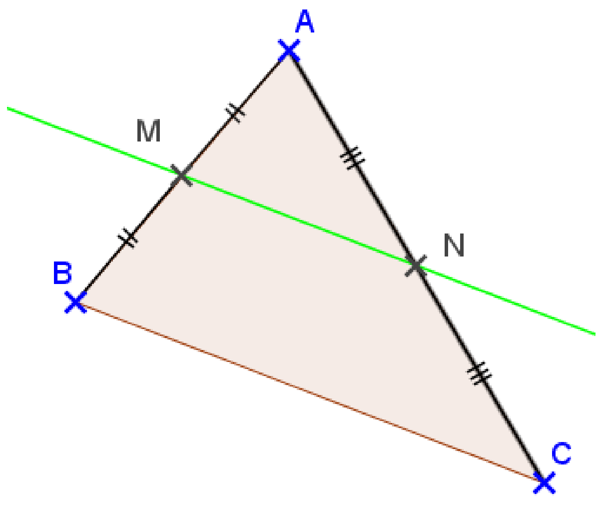
Les triangles ordinaires

Contenu

Définitions et propriétés d'un triangle

- Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés du triangle, alors elle est parallèle au troisième côté.



- Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

- Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

- Si dans un triangle ABC, M est un point de la demi-droite [AB), N un point de la demi-droite [AC) et les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

- Cercle inscrit : les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes. Le point de concours des bissectrices d'un triangle est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

  Ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.

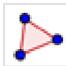
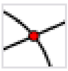
Triangle et parallèle 1

a) Construire un triangle ABC. Placer un point M sur le segment [AB]. Construire la droite parallèle au côté [BC] passant par M. Appeler N le point d'intersection de cette parallèle et du côté [AC].

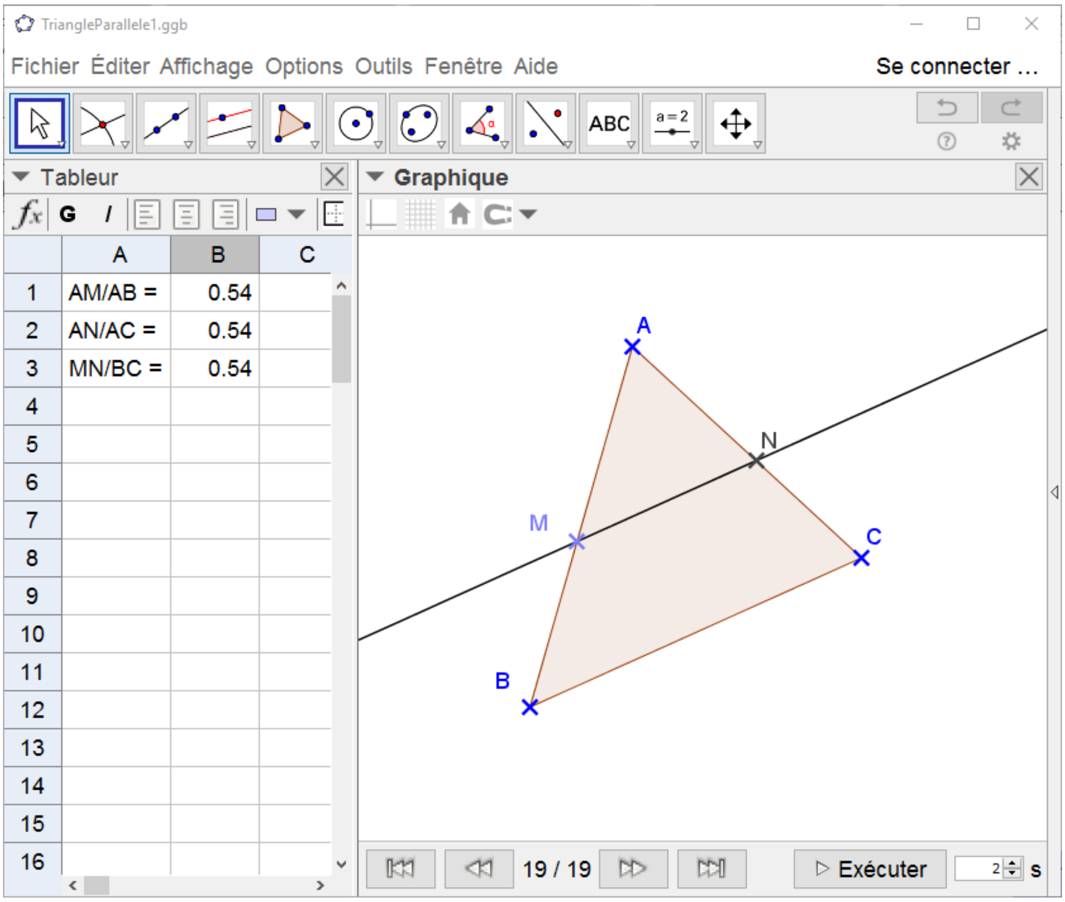
b) Dans la fenêtre Tableur, saisir en A1 : AM/AB =, en A2 : AN/AC = et en A3 : MN/BC =

Saisir en B1 : AM/AB, en B2 : AN/AC et en B3 : MN/BC

Que constate-t-on ?

- Pour la construction, nous utilisons les outils « Polygone » , puis l'outil « Point » , puis l'outil « Parallèle »  et enfin l'outil « Intersection » .

  Pour renommer le point, il suffit de le sélectionner, puis clic droit, puis dans le menu qui s'affiche clic sur « Renommer ».



On constate que

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

- Déplacer les points de la figure de manière à faire varier le rapport AM/AB. Que constate-t-on pour les autres rapports ?

En déplaçant les sommets du triangle, les rapports restent égaux à AM/AB, mais ne varient pas.

En déplaçant les points M ou N, les rapports restent égaux à AM/AB, et ils varient.

GeoGebra [Le fichier de la construction]

GeoGebra [S'entrainer]

Triangle et parallèle 2

ABC est un triangle tel que AC = 6 cm ; AB = 4 cm et BC = 3,5 cm.

ACD est le triangle tel que AD = 5 cm ; CD = 4 cm et B et D ne sont pas du même côté de la droite (AC).

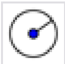
E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [AC].

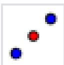
La parallèle à (CD) passant par F coupe (AD) en G.

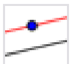
a. Faire un dessin en vraie grandeur.

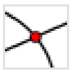
- Pour la construction du triangle ABC, nous utilisons l'outil « segment de mesure donné » pour tracer AB, puis l'outil « Cercle centre-rayon » une fois avec le centre A et le rayon 6 et une fois avec le centre B et le rayon 4. Le point D est à l'intersection de ces deux cercles. Ils y a deux points possibles.

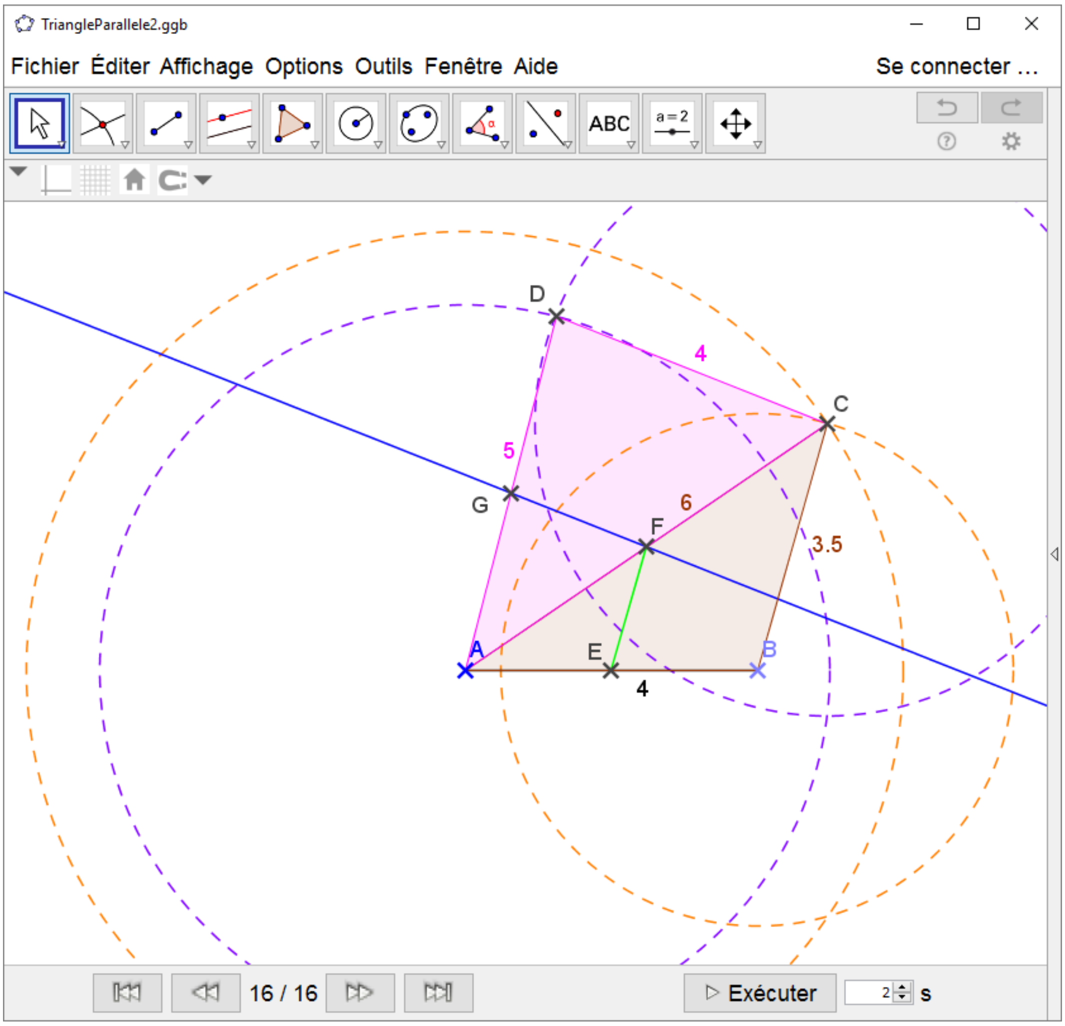
Avec l’outil « Point »  nous marquons le point D situé de l’autre côté de [AC] par rapport à B (Vérifier que ce point est bien de couleur noir, ce qui indique qu’il est lié à deux objets : ici les deux cercles oranges).

- Pour tracer le triangle ACD, nous utilisons l’outil « Cercle centre-rayon »  une fois avec le centre A et le rayon 5 et une fois avec le centre B et le rayon 3.5. Le point C est à l’intersection de ces deux cercles. Ils y a deux points possibles. Avec l’outil « Point »  nous marquons le point C (Vérifier que ce point est bien de couleur noir, ce qui indique qu’il est lié à deux objets : ici les deux cercles violets).

- Pour placer les points milieu, nous utilisons l’outil « Milieu ou centre » 

- Pour tracer la parallèle, nous utilisons l’outil « Parallèle » 

- Pour placer le point G, nous utilisons l’outil « Intersection » 



b. Montrer que (EF) est parallèle à (BC).

E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [BC].

Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés du triangle, alors elle est parallèle au troisième côté.

Donc (EF) est parallèle à (BC)

c. Montrer que G est le milieu de [AD].

(FG) est parallèle à CD et F est milieu de AC.

Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

G est donc le milieu de [AD]

d. Montrer que (EG) et (BD) sont parallèles.

Dans le triangle DAB, les points G et E sont les milieux des côtés [AD] et [AB].

Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés du triangle, alors elle est parallèle au troisième côté.

(EG) est donc parallèle à (BD)

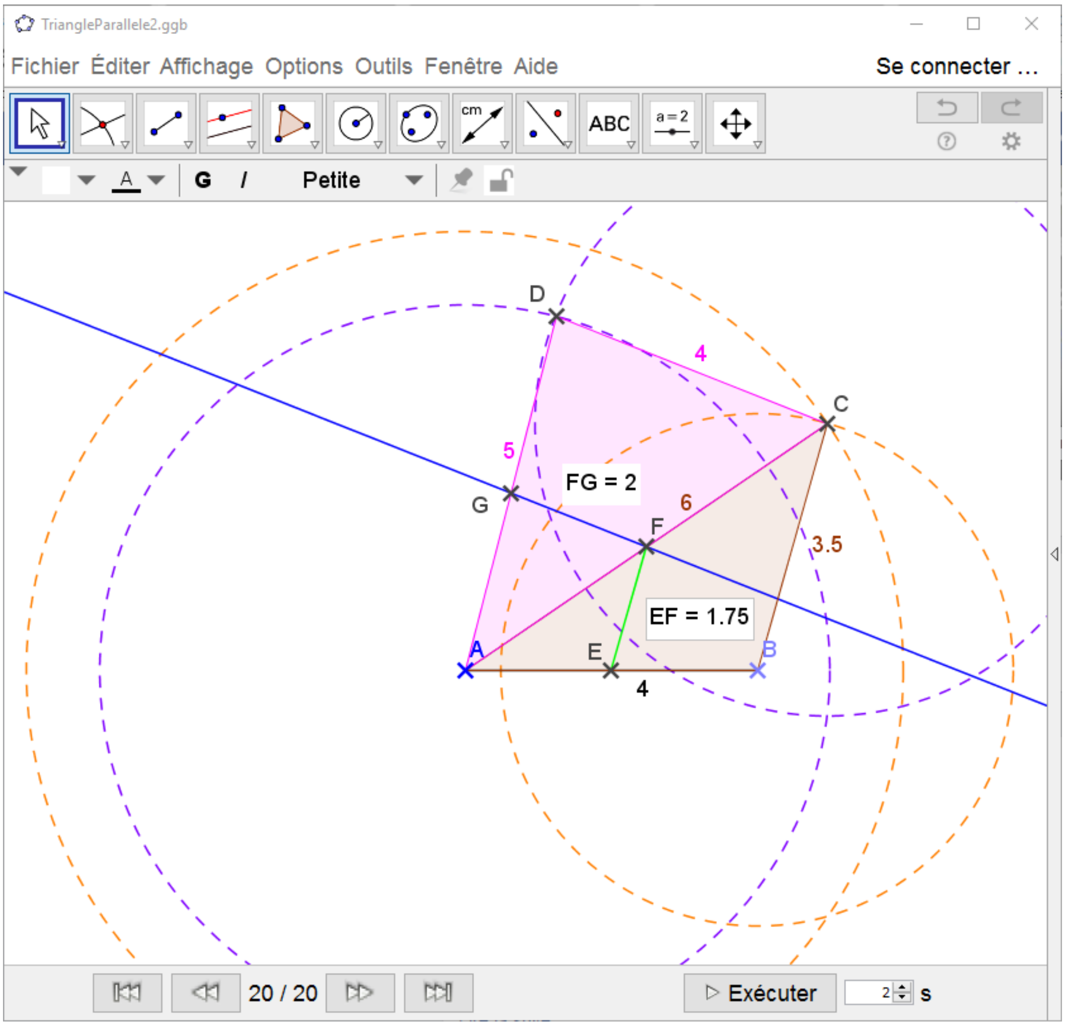
e. Calculer les longueurs EF et FG. Justifier.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{FC} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$EF = \frac{BC}{2} = 1{,}75$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AD} = \frac{FG}{CD} = \frac{1}{2}$$

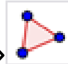
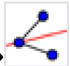
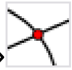
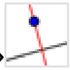
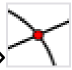
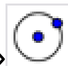
$$FG = \frac{CD}{2} = 2$$

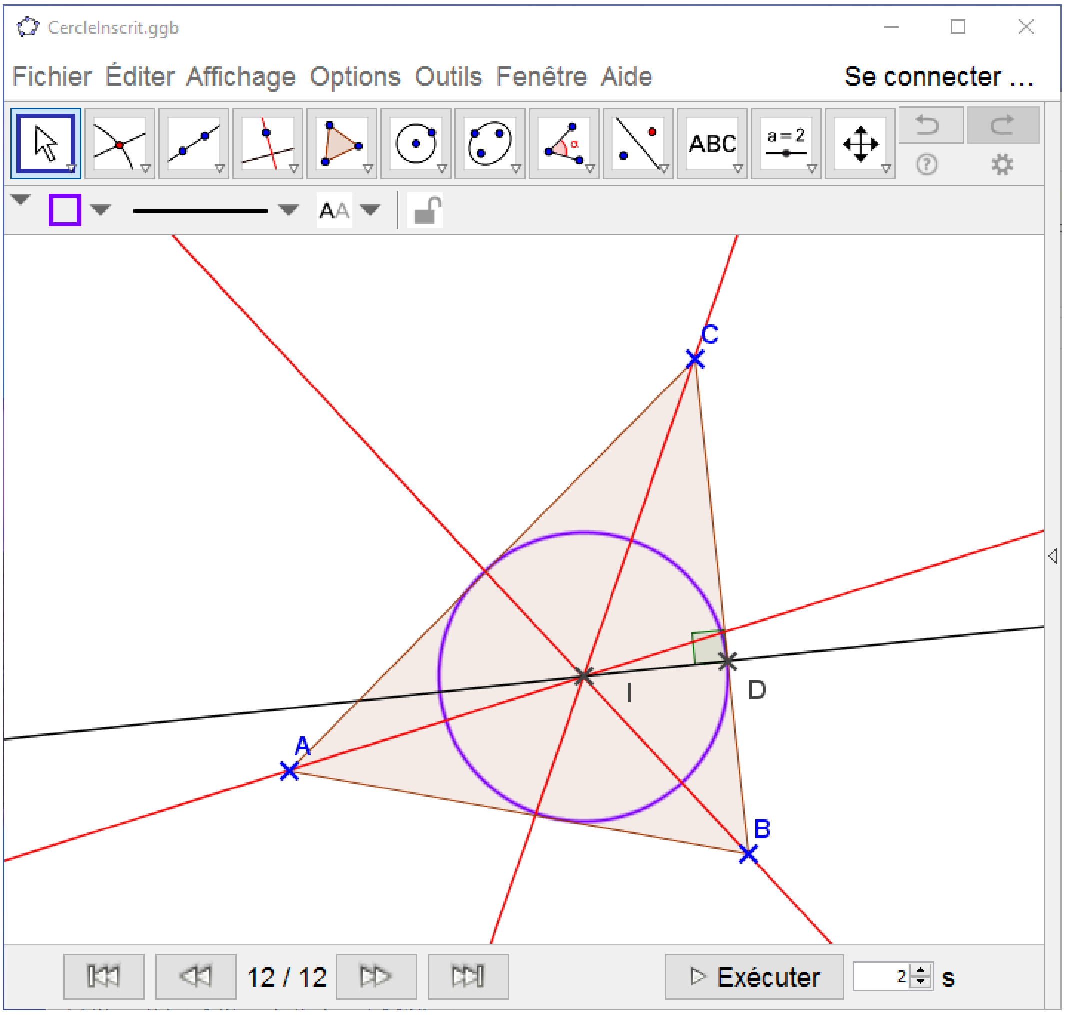


GeoGebra [Le fichier de la construction]

GeoGebra [S'entrainer]

Construction d’un cercle inscrit dans un triangle

- Construire un triangle ABC : outil « Polynôme » 
- Construire les bissectrices des angles de ce triangle : outil « Bissectrice » 
- Ces droites se coupent en un point I : outil « Intersection » 
- Tracer une perpendiculaire à l’un des côtés du triangle passant par I : outil « Perpendiculaire » 
- Marquer le point d’intersection D de cette droite avec le côté auquel elle est perpendiculaire : outil « intersection » 
- Tracer le cercle inscrit : outil « Cercle centre-point » 



GeoGebra [Le fichier de la construction]

GeoGebra [S'entrainer]