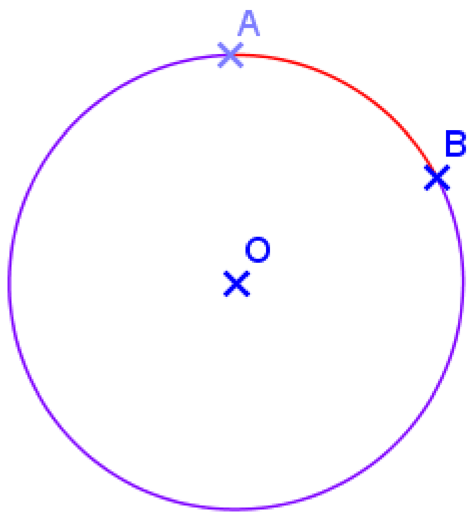
Angles inscrits et angles au centre

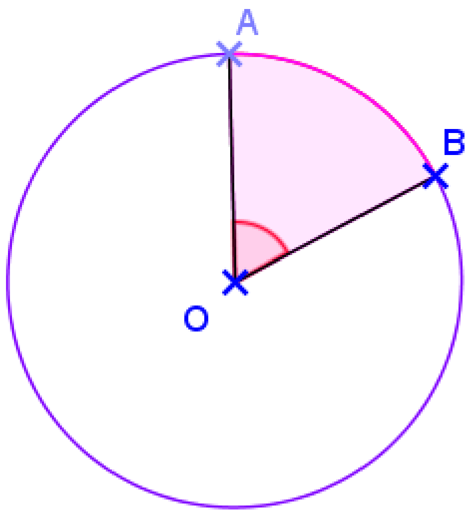
Contenu

Définitions

- Deux points distincts A et B d'un cercle définissent deux arcs de cercle : un grand (violet) et un petit (rouge)

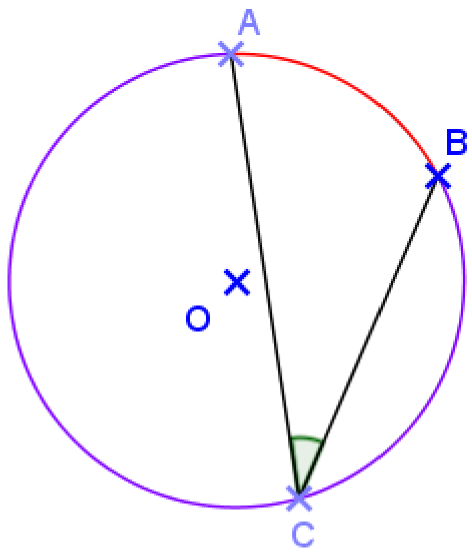


- Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle.



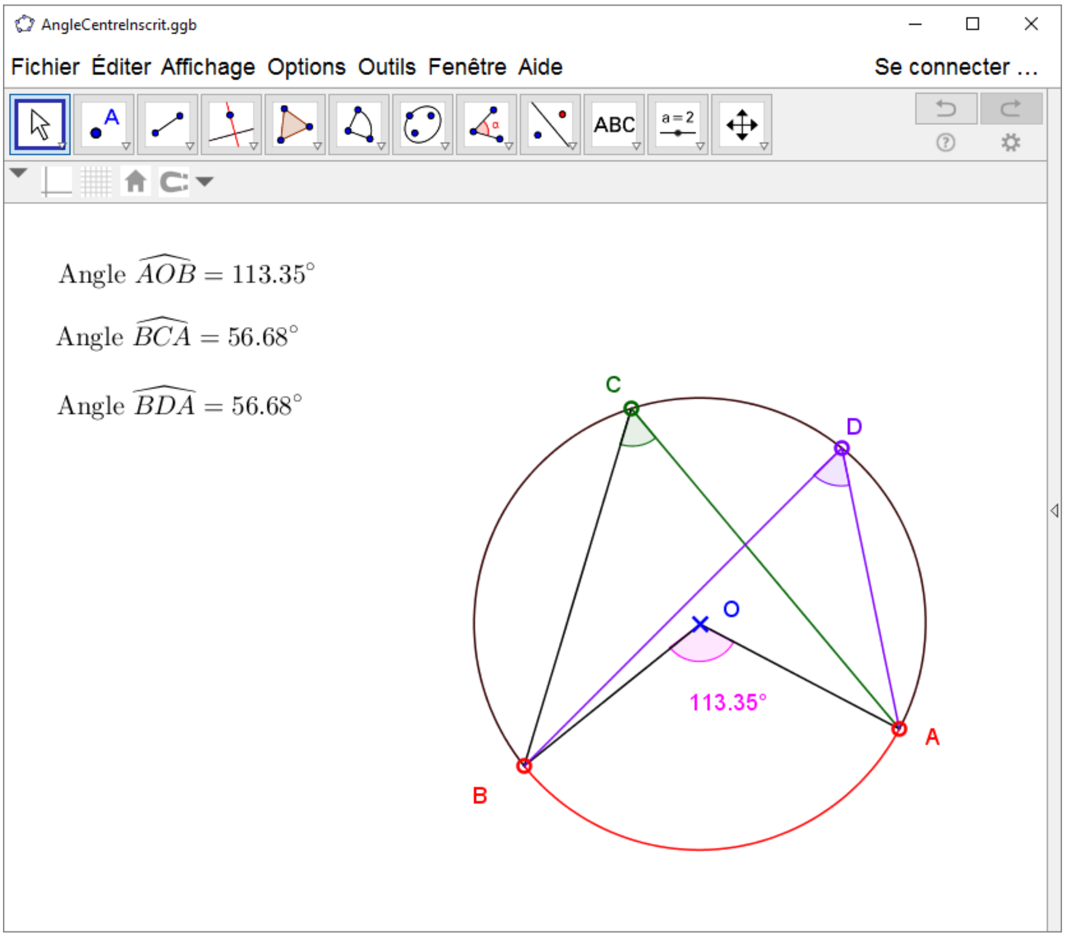
L'angle saillant $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre qui intercepte l'arc AB.

- Dans un cercle, un angle inscrit est un angle dont le sommet est un point du cercle, et dont les côtés coupent ce cercle.



Propriétés

Dans le fichier GeoGebra ci-dessous, sont représentés un angle au centre $\widehat{AOB}$, et deux angles inscrits $\widehat{BCA}$ et $\widehat{BDA}$. Tous les points sont déplaçables, ce qui permet de faire varier la mesure des différents angles, ainsi que le rayon du cercle.



Que remarque-t-on lorsqu'on déplace les différents points ?

Que se passe-t-il, lorsqu'on place les points A et B, diamétralement opposés?

Que peut-on en déduire ?

[Angles au centre et angles inscrits](#)

[Corrigé](#)

Exercice

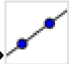
c et c' sont deux cercles de centres O et O', sécants en A et B.

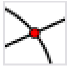
D est un point du cercle c distinct de A et B.

La droite (DB) recoupe le cercle c'en E.

a. Tracer la figure.

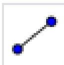
- Avec l'outil « Cercle centre-point » tracer le cercle (c).
- Renommer le centre du cercle O. Renommer le point du cercle A.
- Avec l'outil « Cercle (centre-point) » tracer un deuxième cercle passant par le point A.
- Renommer le centre du cercle O' ainsi que le cercle (c').
- Avec l'outil « Point » placer un point sur le cercle (c), que l'on renomme D.

- Avec l'outil « Droite », tracer la droite DB.

- Avec l'outil « Intersection »  marquer le deuxième point d'intersection du cercle (c') avec la droite DB. On renomme ce point E.

b. Démontrer que (OO') est la médiatrice du segment [AB].

En déduire que $\widehat{AOO'} = \widehat{BOO'}$.

- Avec l'outil « segment »  tracer les segments [AB] et [OO']

Sur le cercle (c), les segments [OA] et [OB] sont égaux : ce sont des rayons du cercle (c).

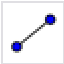
Sur le cercle (c'), les segments [O'A] et [O'B] sont égaux : ce sont des rayons du cercle (c').

Les points O et O' sont tous les deux équidistants des extrémités du segment [AB] : ils sont donc situés sur la médiatrice de ce segment.

La médiatrice de [AB] est également la bissectrice de tous les angles dont les sommets se situent sur cette médiatrice et dont les côtés passent par A et par B. (Voir tutoriel2)

Donc : $\widehat{AOO'} = \widehat{BOO'}$.

c. Démontrer que $\widehat{ADE} = \widehat{AOO'}$.

- Avec l’outil « segment »  tracer les segments [AD], [AO] et [OB]

Les points D, B, et E sont alignés. Donc $\widehat{ADE}$ et $\widehat{ADB}$ correspondent au même angle.

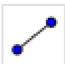
Sur le cercle (c) l’angle $\widehat{ADB}$ est un angle inscrit qui intercepte l’arc AB

L’angle au centre $\widehat{AOB}$ intercepte le même arc AB.

Donc

$$\widehat{ADB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \widehat{AOO'}$$

d. De même, montrer que $\widehat{DEA} = \widehat{AO'O}$.

- Avec l’outil « segment »  tracer les segments [AE], [AO’] et [O’B]

Les points D, B, et E sont alignés. Donc $\widehat{DEA}$ et $\widehat{BEA}$ correspondent au même angle.

Sur le cercle (c’) l’angle $\widehat{BEA}$ est un angle inscrit qui intercepte l’arc AB

L'angle au centre $\widehat{AO'B}$ intercepte le même arc AB.

Donc

$$\widehat{BEA} = \frac{1}{2}\widehat{AO'B} = \widehat{AO'O}$$

e. En déduire que $\widehat{DAE} = \widehat{OAO'}$.

Dans le triangle OAO', l'angle

$$\widehat{OAO'} = 180° - \left(\widehat{AOO'} + \widehat{AO'O}\right)$$

Dans le triangle DAE, l'angle

$$\widehat{DAE} = 180° - \left(\widehat{ADE} + \widehat{AED}\right)$$

Or $\widehat{ADE} = \widehat{AOO'}$ et $\widehat{AED} = \widehat{AO'O}$ donc $\widehat{DAE} = \widehat{OAO'}$

GeoGebra [Le fichier de la construction]

GeoGebra [S'entrainer]