

La symétrie axiale

Contenu

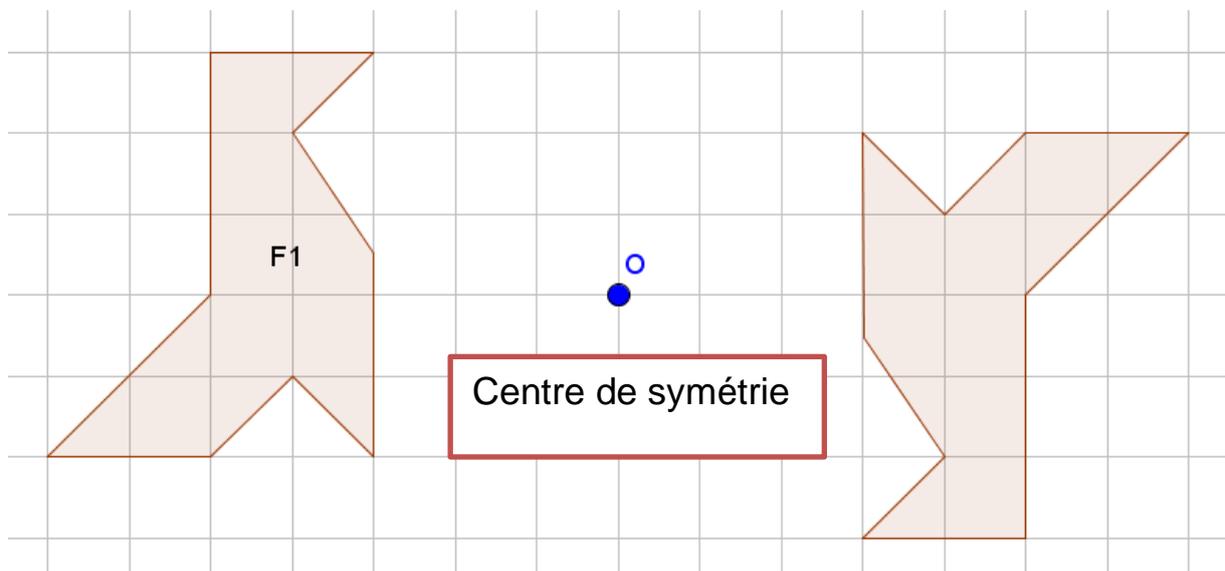
Figures symétriques par rapport à un point.....	2
Définition	2
Construction du symétrique d'une figure	3
Propriétés	3
Points symétriques par rapport à un troisième point.....	4
Définition	4
Construction du symétrique d'un point A par rapport à un point O	4
Segments symétriques par rapport à un point	6
Construction du segment $[A'B']$ symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O.....	6
Symétrique d'une droite par rapport à un point.....	9
Construction de la droite g symétrique de la droite f par rapport au point O.....	9
Symétrique d'un cercle par rapport à un point.....	11
Construction du cercle c' symétrique du cercle c par rapport au point O	11
Symétrique d'un angle par rapport à un point O	13
Symétrique d'un quadrilatère par rapport à un point O.....	15
Propriétés de la symétrie centrale	17
Centre de symétrie	18
Définition	18
Triangle.....	18
Parallélogramme	18
Cercle.....	18

Figures symétriques par rapport à un point

Définition

- Deux figures sont symétriques par rapport à un point O si elles se superposent après un demi-tour autour du point O

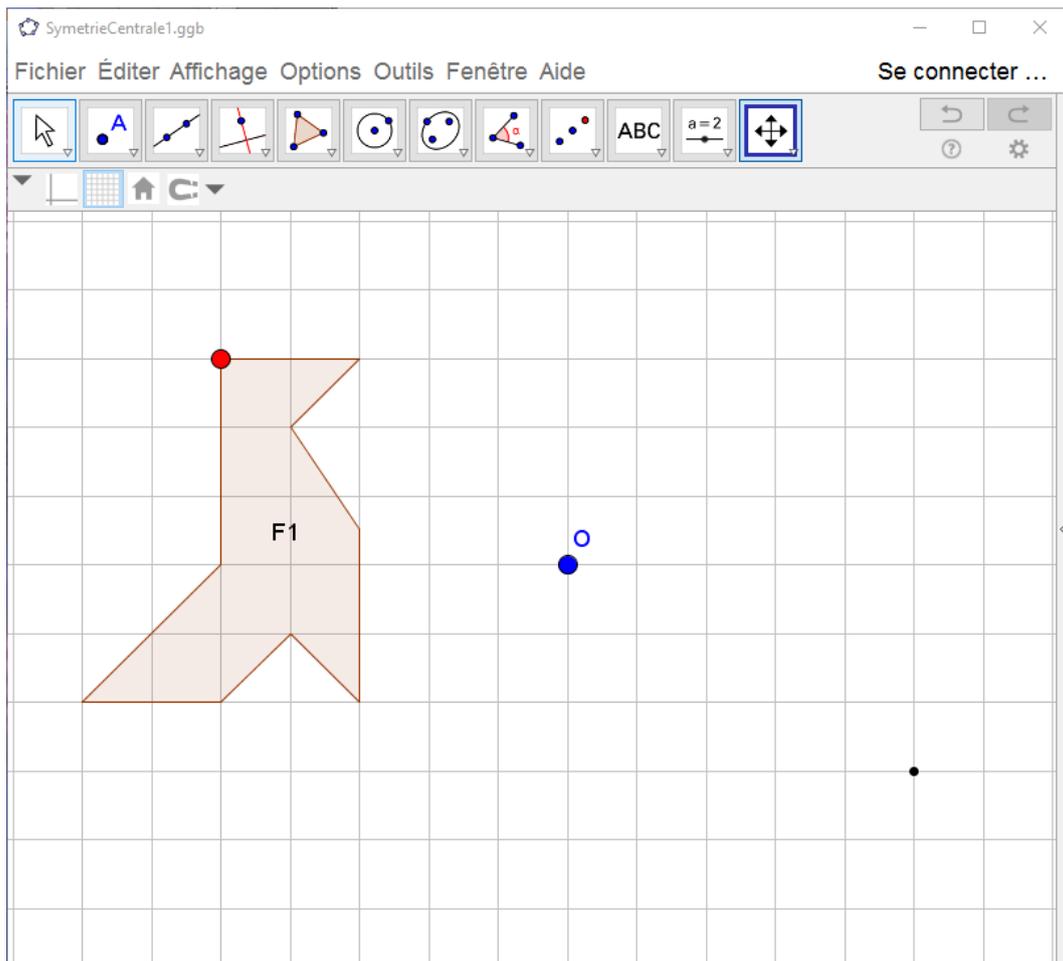
Le point O est appelée centre de symétrie.



Dans l'exemple suivant, on peut tracer le symétrique de la figure de gauche (F1) en déplaçant le point rouge sur son pourtour. Le point noir à droite, est le symétrique du point rouge par rapport au point O .

En se déplaçant il laisse une trace.

En déplaçant le point rouge, nous créons donc point par point, le contour de la figure symétrique de F1 par rapport au point O .



GeoGebra [Essayer](#)

Construction du symétrique d'une figure

Pour construire le symétrique d'une figure, on construit les symétriques de chaque point de la figure. C'est ce que nous faisons en déplaçant le point rouge.

Propriétés

Le symétrique d'une figure est une figure de même forme.

Points symétriques par rapport à un troisième point

Définition

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu du segment [AA'].

Construction du symétrique d'un point A par rapport à un point O

A
x

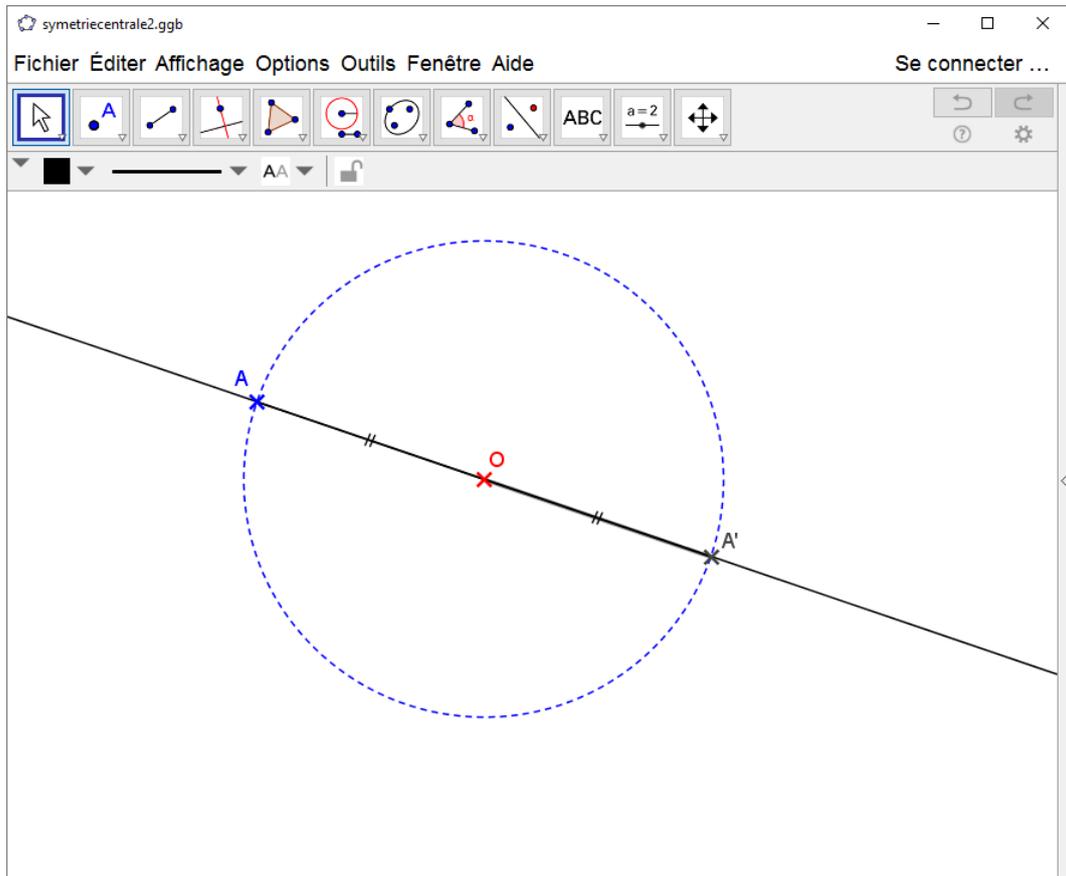
O
x

- Tracer la droite passant par A et O. Outil « Droite » 
- Construire le point A' tel que $AO = OA'$. Outil « Compas » 

Ce point est à l'intersection du cercle tracé par le compas et de la

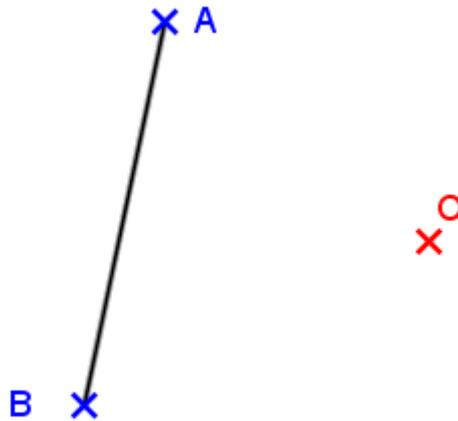
droite (AO). Outil « Point » 

- Tracer les segments [AO] et [OA'] et indiquer qu'ils sont égaux.
Outil « Segment »  et propriété « Style » → « Codage » pour chaque segment.



Segments symétriques par rapport à un point

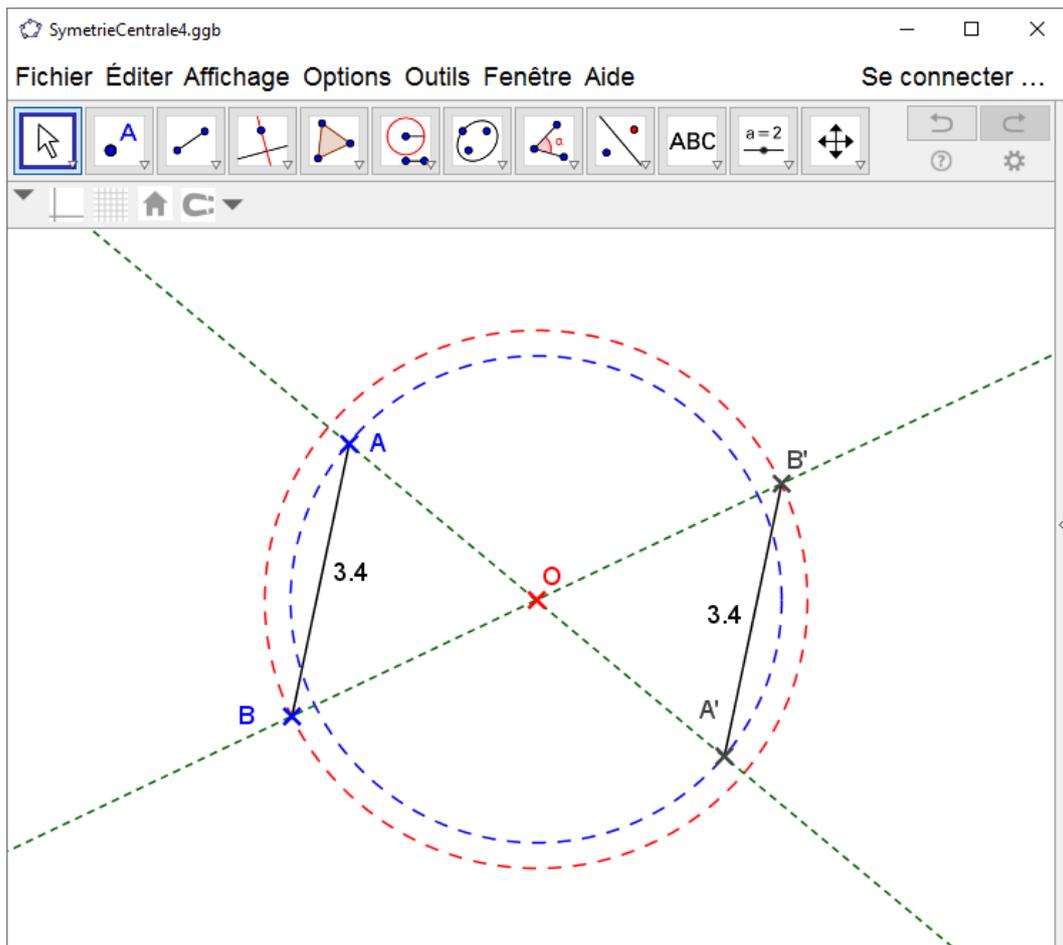
Construction du segment $[A'B']$ symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O



- Construire le point A' symétrique du point A par rapport au point O
voir construction d'un point symétrique
- Construire le point B' symétrique du point B par rapport au point O
voir construction d'un point symétrique
- Tracer le segment $A'B'$ et afficher sa longueur. Outil « segment »



- Que dit l'outil « Relation » $a \stackrel{?}{=} b$ concernant les deux segments $[AB]$ et $[A'B']$?



Le symétrique d'un segment par rapport à un point O est un segment de même longueur : la symétrie centrale conserve les longueurs.

Les deux segments sont parallèles.

- Placer un point P sur le segment [AB] et construire son symétrique

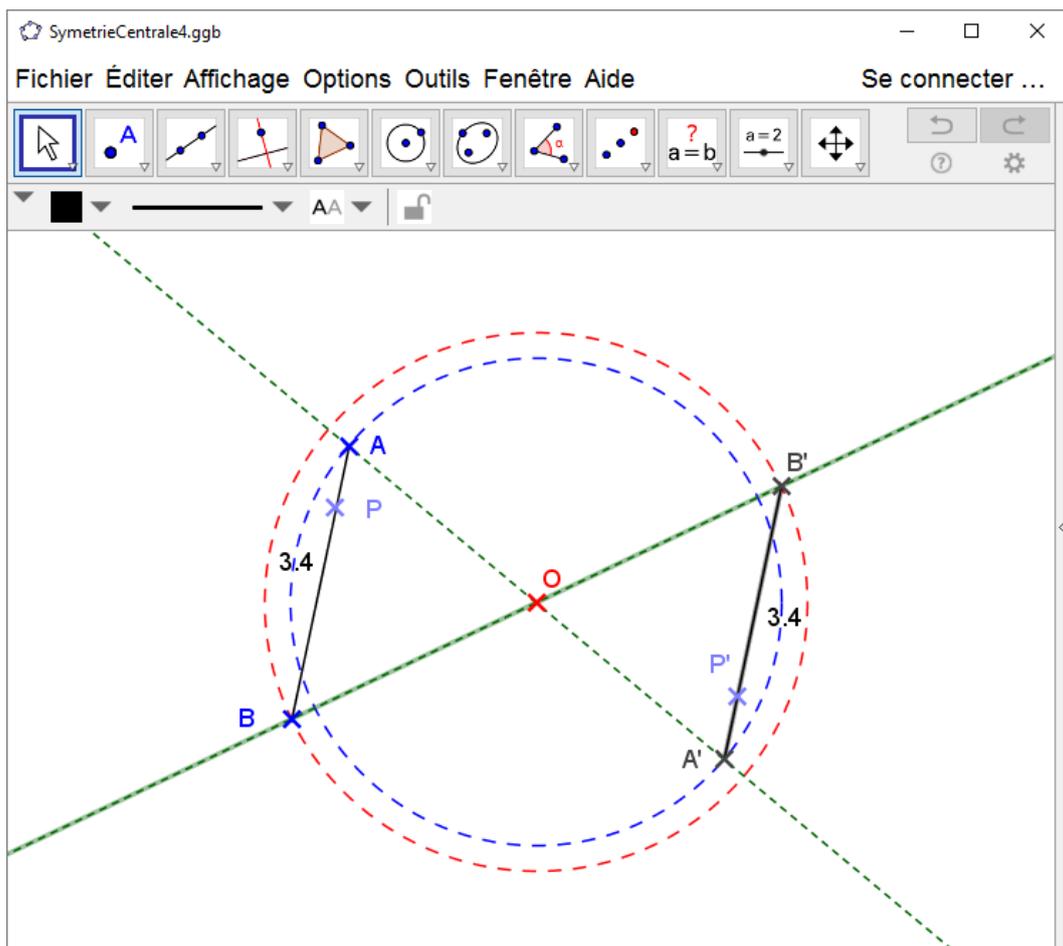
avec l'outil « Symétrie centrale » .

L'outil crée le point P'. Ce point P' est situé sur le segment [A'B'].

- Déplacer le point P le long du segment [AB].

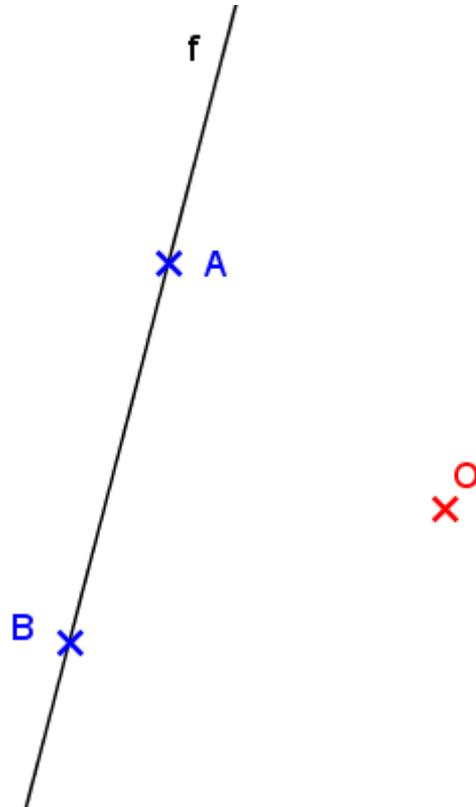
On constate que le point P', parcourt le segment [A'B'].

Les images des trois points alignés A, B et P sont également trois points alignés : la symétrie centrale conserve l'alignement.

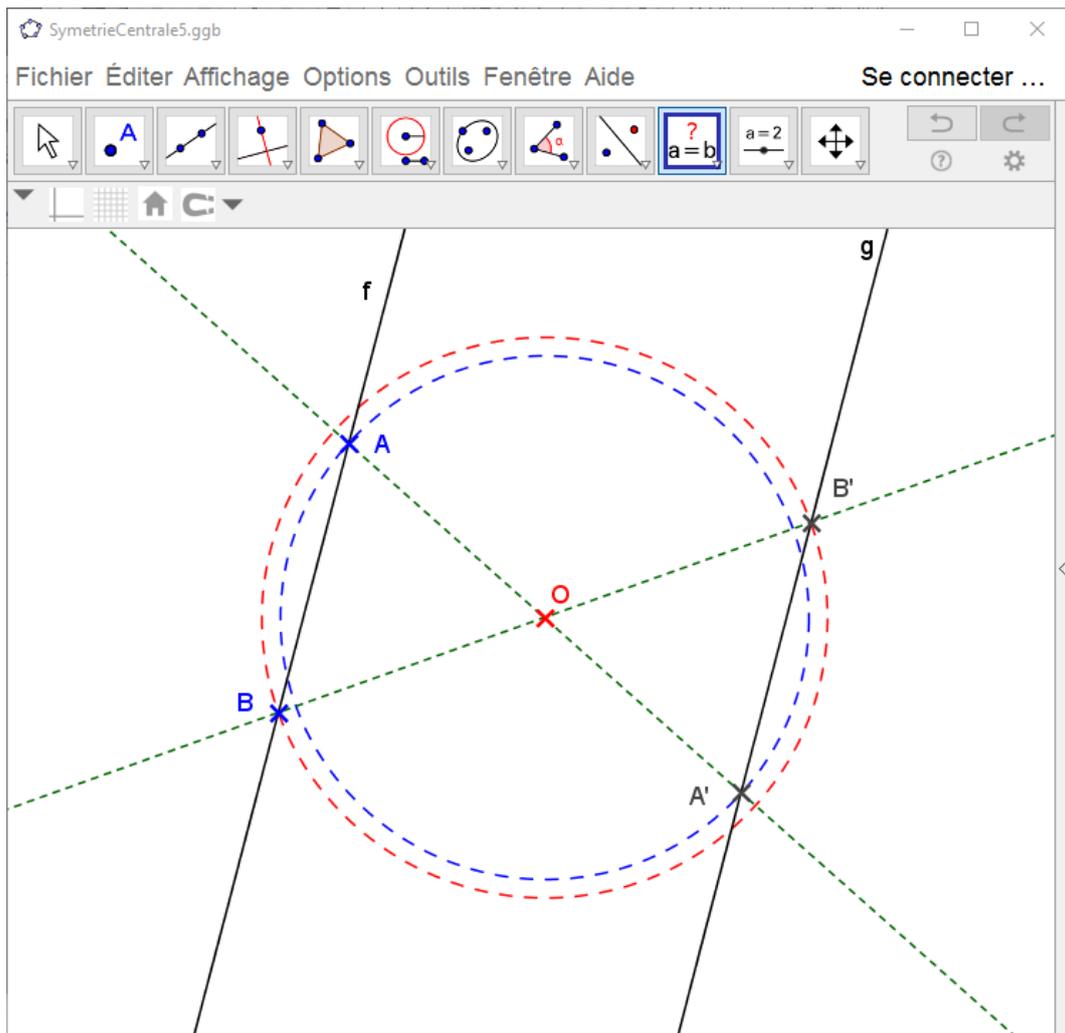


Symétrique d'une droite par rapport à un point

Construction de la droite g symétrique de la droite f par rapport au point O



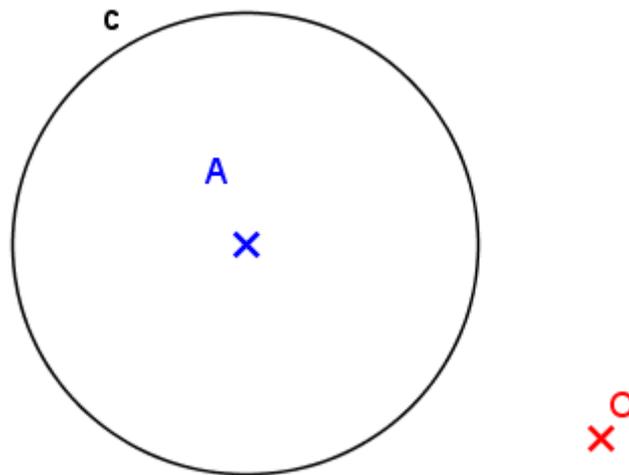
- Prendre deux points A et B sur la droite f.
- Tracer leurs symétriques A' et B' par rapport au point O
- Tracer la droite g passant par A' et B'. 
- Que dit l'outil « Relation » $a=b$ concernant les deux droites (AB) et (A'B')?



La droite g , symétrique de la droite f par rapport au point O , est une droite parallèle à f .

Symétrique d'un cercle par rapport à un point

Construction du cercle c' symétrique du cercle c par rapport au point O

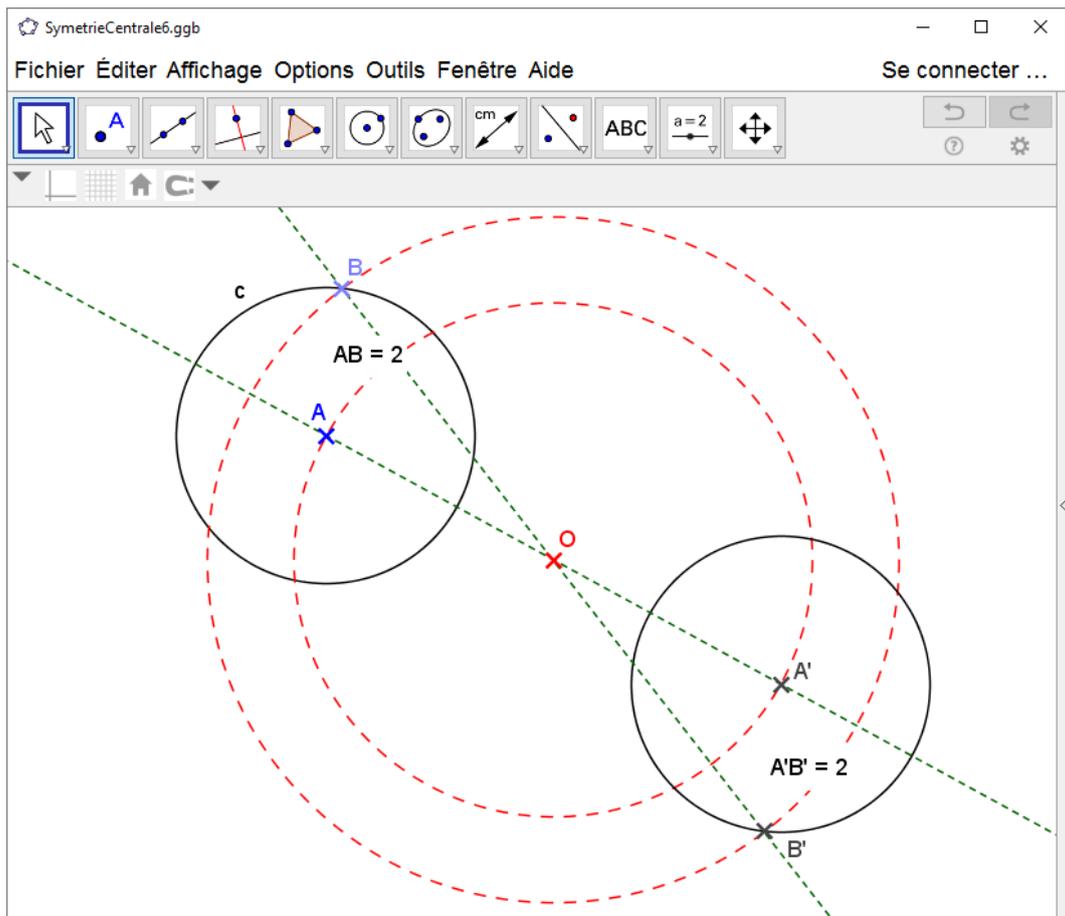


Le cercle(c) a pour centre le point A et pour rayon 2 cm

- Construire le point A' , symétrique du point A par rapport au point O
- Prendre un point B sur le cercle c et tracer son symétrique B' par rapport au point O
- Tracer un cercle de centre A' passant par B' .

Outil « Cercle Centre-Point » 

- Mesurer la distance entre A' et B' . Outil « Distance » 



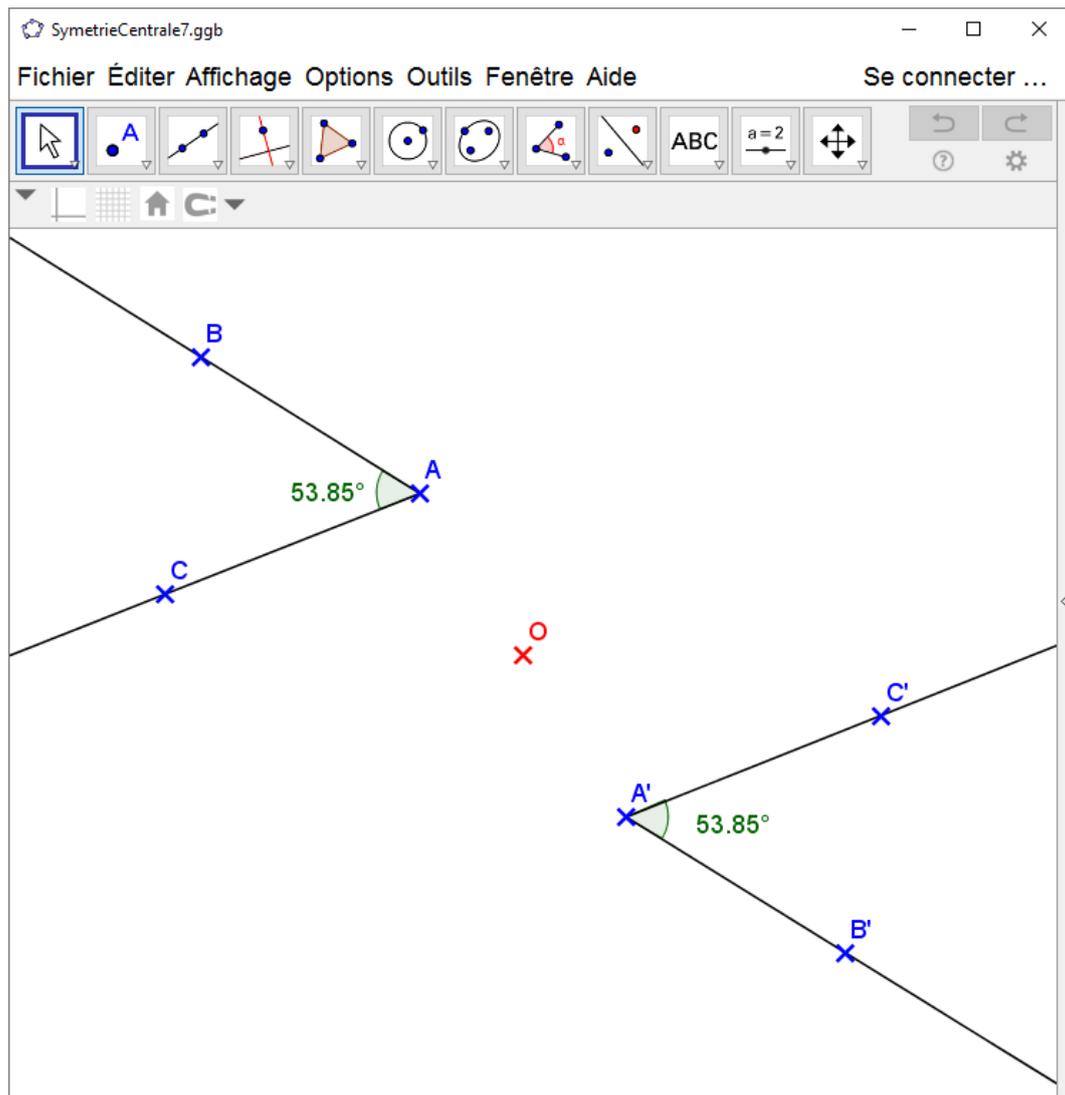
Le symétrique d'un cercle c par rapport à un point O est un cercle c' de même rayon.

Symétrie d'un angle par rapport à un point O

- Tracer deux demi-droites $[AB)$ et $[AC)$. Outil « Demi-droite » 
- Tracer les symétriques de $[AB)$ et du point C. Outil « Symétrie centrale » 
- Tracer la demi-droite $[A'C')$. Outil « Demi-droite » 
- Mesurez les angles \widehat{BAC} et $\widehat{B'A'C'}$. Outil « Angle » 



GeoGebra [Essayer](#)



On constate que les deux angles ont même mesure.

Deux droites perpendiculaires forment un angle de 90° donc leurs symétriques également.

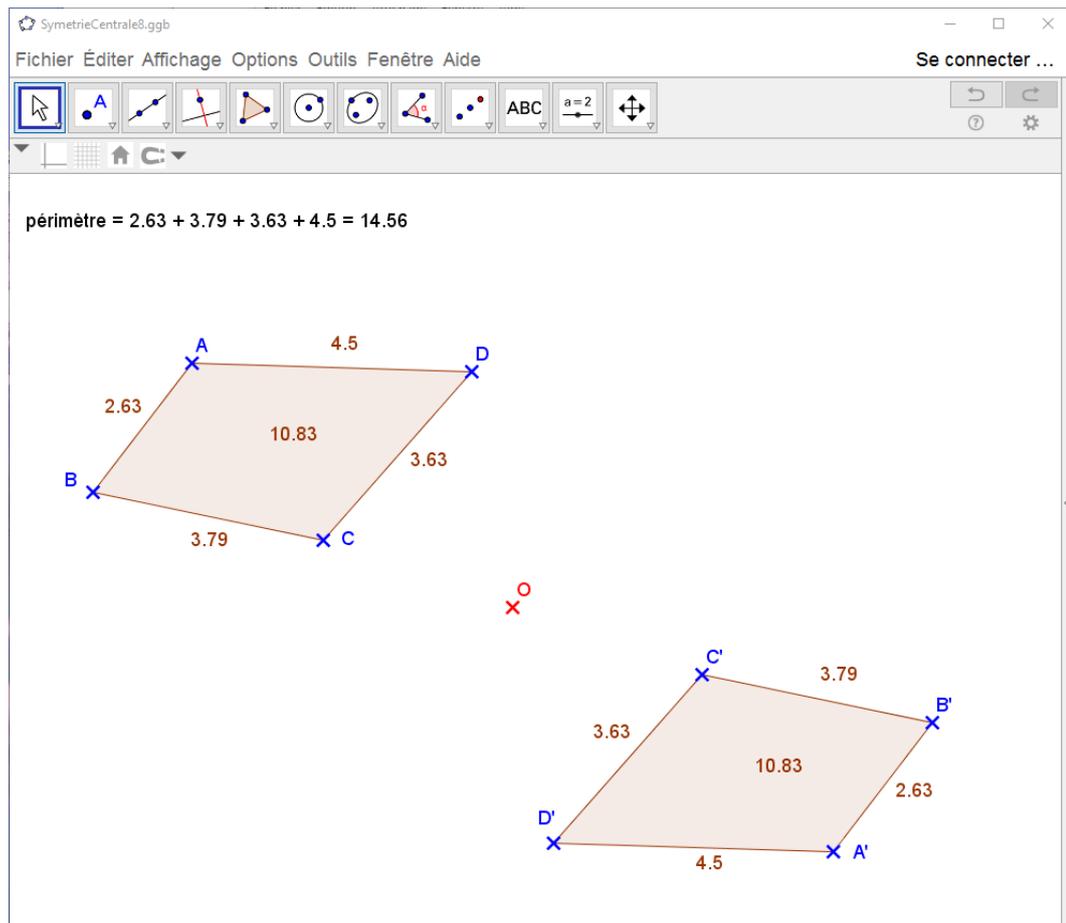
Si $(d1)$ est perpendiculaire à $(d2)$ alors sa droite symétrique $(d'1)$ par rapport à un point O , est perpendiculaire à la droite $(d'2)$ symétrique de $(d2)$ par rapport à ce point O .

$$d1 \perp d2 \Rightarrow d'1 \perp d'2$$

Symétrique d'un quadrilatère par rapport à un point O

- Tracer un quadrilatère ABCD. Outil « Polygone » 
- Afficher l'aire de ce quadrilatère : propriété « Valeur »
- Tracer un point O Outil « Point » 
- Tracer le symétrique de ABCD par rapport au point O. Outil « Symétrie centrale » 
- Afficher l'aire du quadrilatère A'B'C'D' obtenu.





Nous pouvons observer que le quadrilatère $A'B'C'D'$ symétrique de $ABCD$ par rapport au point O , a une aire égale à l'aire de $ABCD$ et un périmètre également de même valeur que celui de $ABCD$: la mesure de chacun des côtés est conservée.

Propriétés de la symétrie centrale

- La symétrie centrale conserve les distances. Le symétrique d'un segment est un segment de même mesure.
- La symétrie centrale conserve l'alignement.
- La symétrie centrale conserve les milieux.
- Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure : la symétrie centrale conserve les angles.
- Si deux droites sont perpendiculaires, leurs symétriques le sont aussi. On dit que la symétrie centrale conserve l'orthogonalité.
- Si deux droites sont parallèles, leurs symétriques le sont aussi. On dit que la symétrie centrale conserve le parallélisme.
- La symétrie centrale conserve la forme, l'aire, le périmètre d'une figure fermée.

Centre de symétrie

Définition

- Une figure admet un centre de symétrie lorsque le symétrique de cette figure par rapport à ce centre est la figure elle-même.

Triangle

- Un triangle n'admet pas de centre de symétrie.

Parallélogramme

- Un parallélogramme quelconque admet un seul centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Cercle

- Un cercle admet un centre de symétrie : le centre du cercle.