# Les fonctions affines

## Définitions et notations

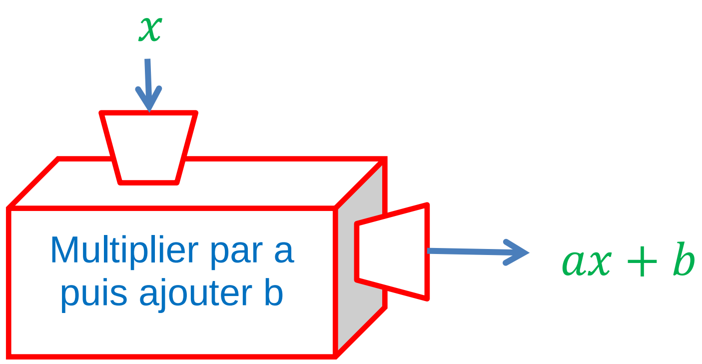
Soit a et b deux nombres fixés.

En associant à chaque nombre « $x$ » un nombre « $ax + b$ » appelé **image** de $x$, on définit une **fonction affine** $f$.

On notera cette fonction

$$f : x \mapsto ax + b$$

L'image de $x$ sera notée $f(x)$.




Remarques :

Une fonction linéaire est une fonction affine particulière.

$f : x \mapsto ax$ peut s'écrire $f : x \mapsto ax + 0$

Exemples :

- La fonction $f : x \mapsto 5x + 2$ est une fonction affine.

  ($a = 5\ et\ b = 2$)

- La fonction $f : x \mapsto 2 - 4x$ est une fonction affine.

  $(a = -4\ et\ b = 7)$

- La fonction $f : x \mapsto 2x$ est une fonction linéaire donc une fonction affine.

  $(a = 2\ et\ b = 0\ )$

- La fonction $f : x \mapsto 2x^2 + 3$ n'est pas une fonction affine.

Propriétés

- Tout nombre admet une **unique** **image** par une fonction affine.

- Tout nombre admet un **unique** **antécédent** par une fonction affine.

<u>Représentation graphique de fonctions affines</u>

La représentation graphique de la fonction f est l'ensemble de tous les points de coordonnées $(x\ ; f(x))$ obtenus en prenant toutes les valeurs possibles de $x$.

La représentation graphique d'une fonction affine $f\colon \mathrm{x} \mapsto \ a\mathrm{x} + \ b$ est une droite d'équation $y \ = \ a\mathrm{x} + \ b$.

**a** s'appelle le **coefficient directeur de la droite**

**b** s'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

1) Coefficient directeur de la droite

- Si a est positif, la droite monte.
- Si a est négatif, la droite descend.
- Si a est égal à 0, la droite est parallèle à l'axe des abscisses et coupe l'axe des ordonnées en $y \ = \ b$.

2) Ordonnée à l'origine de la droite b.

C'est le point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées.

Ce point a pour coordonnées $(0\ ;\ b)$

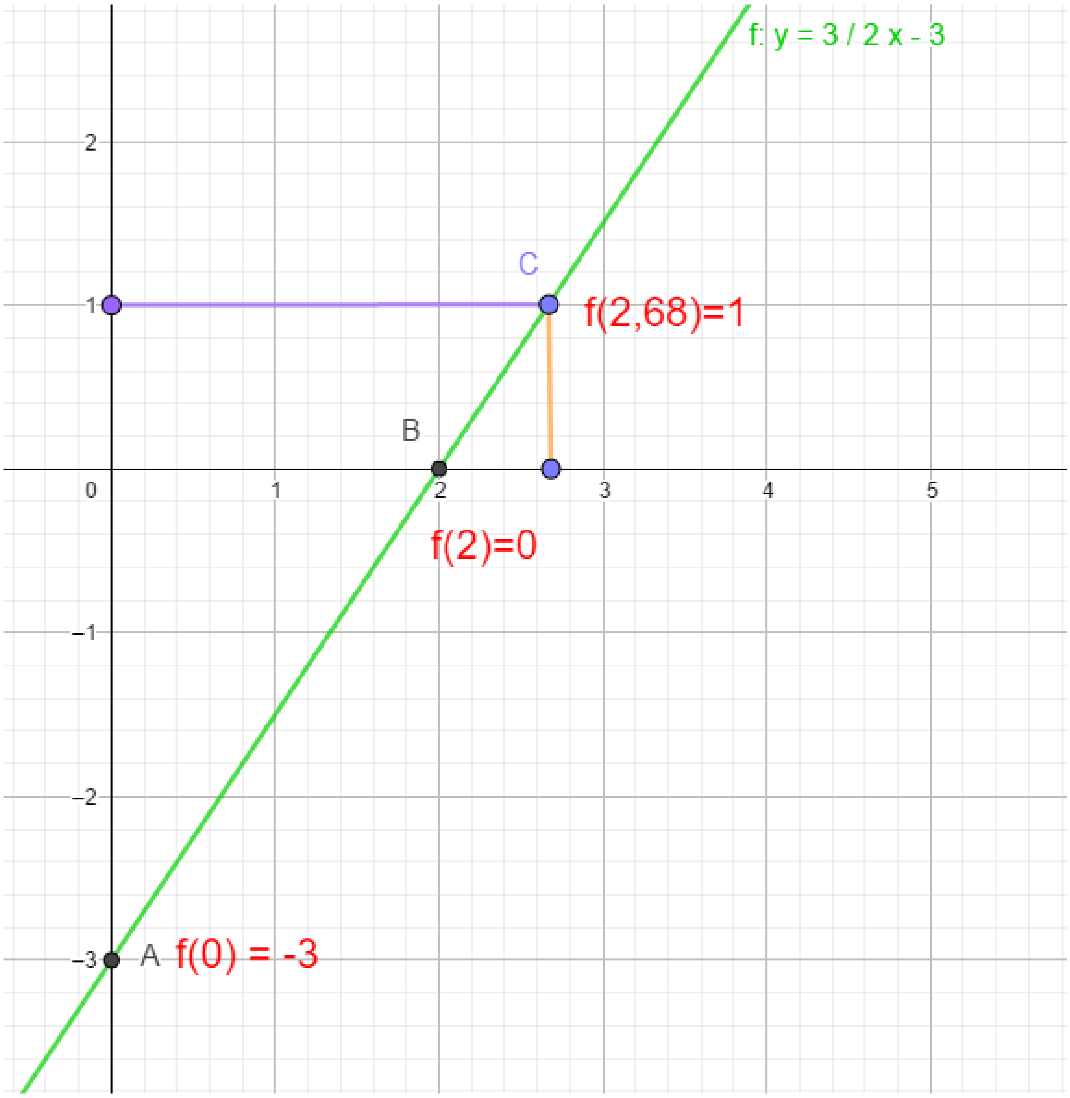
Exemple : représenter graphiquement la fonction

$$f : x \mapsto \frac{3}{2}x - 3$$

La droite représentative de la fonction $f$ passe par les points $A(0\ ;\ -3)$ et $B(2\ ;\ 0)$. En effet

$$f(0) = -3$$

$$f(2) = \frac{3}{2} \times 2 - 3 = 0$$

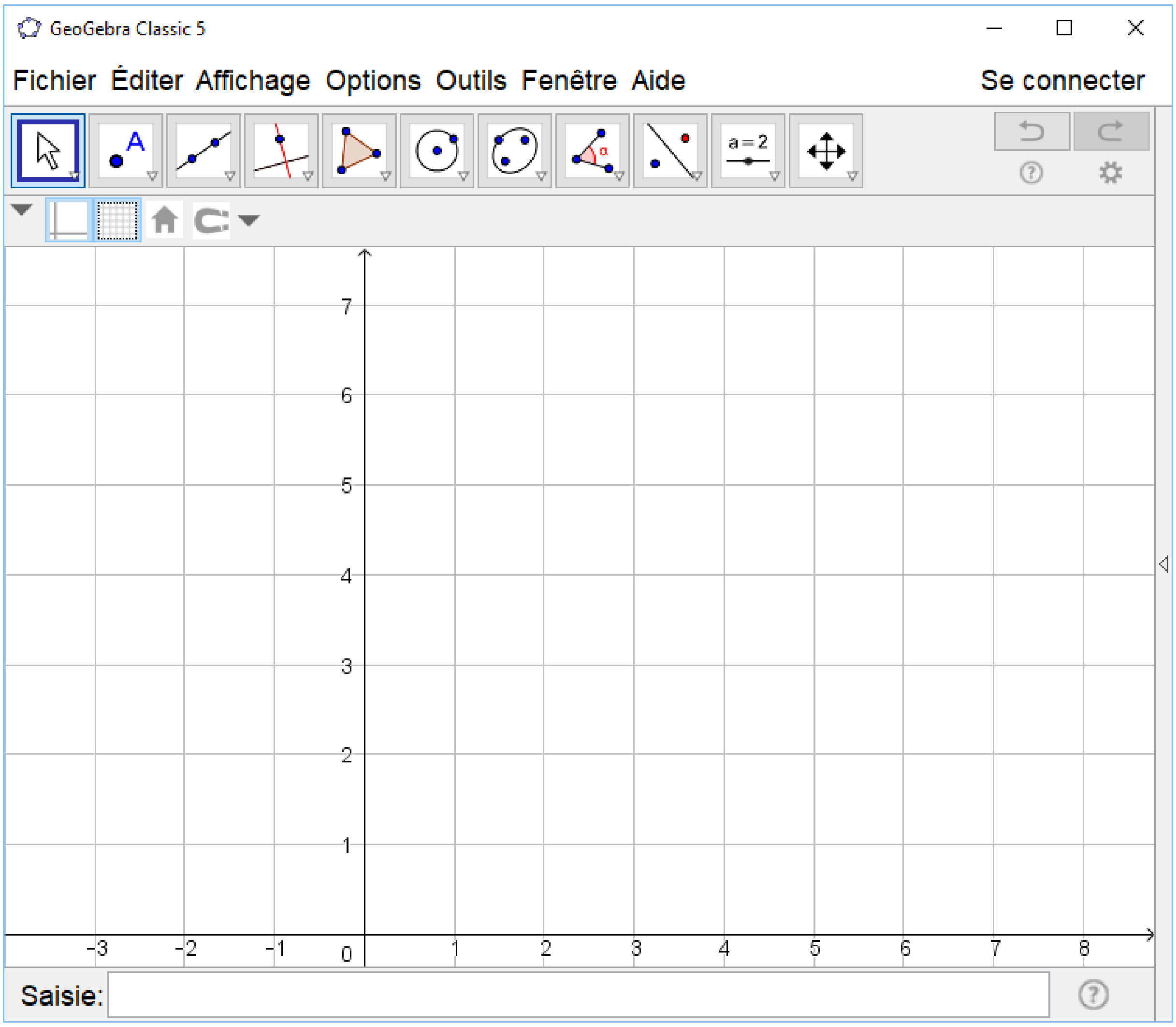


Avec GeoGebra : On laisse GeoGebra calculer les points par lesquels passe la droite

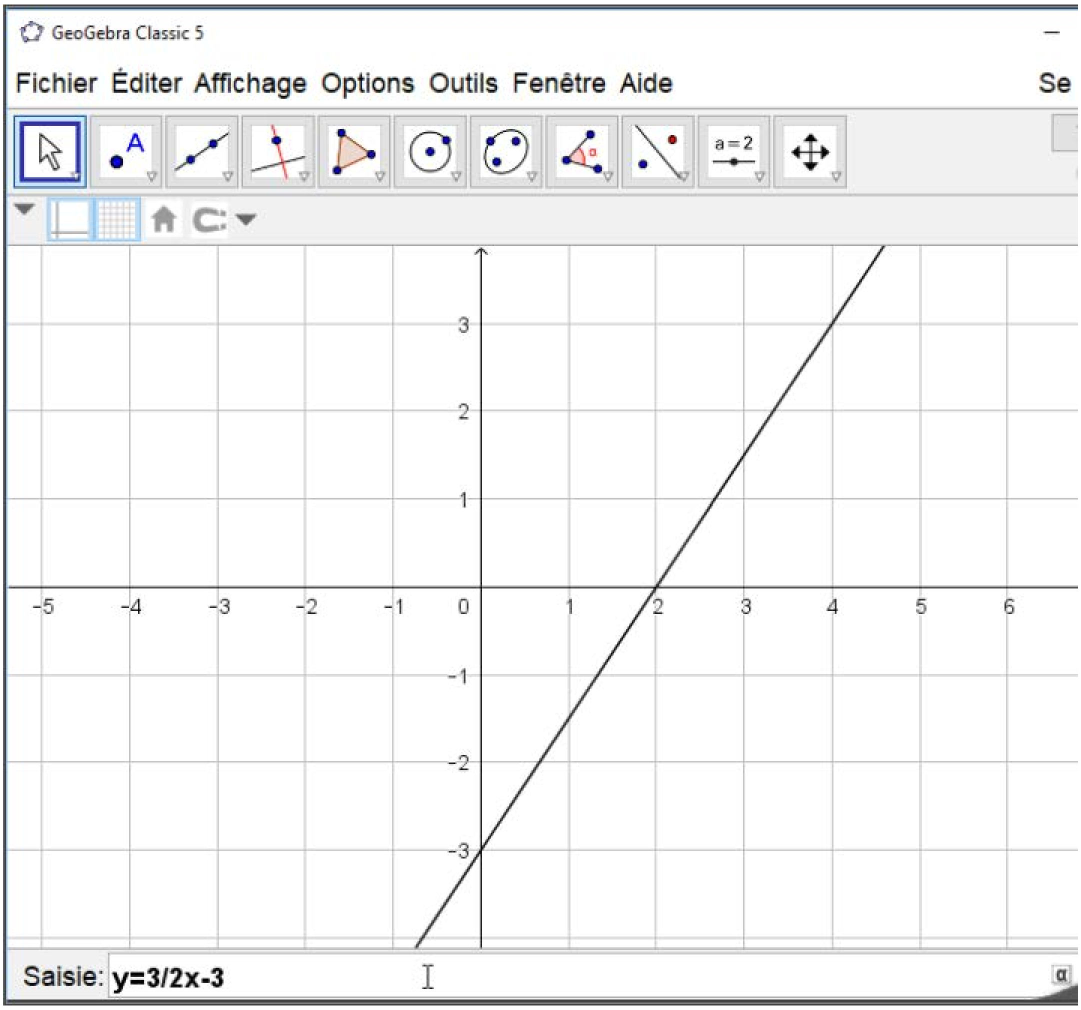
1) Afficher les axes et la grille

2) Afficher le champ de saisie

Menu « Affichage » → « Champ de saisie »



3) Taper dans ce champ de saisie l'équation de la fonction

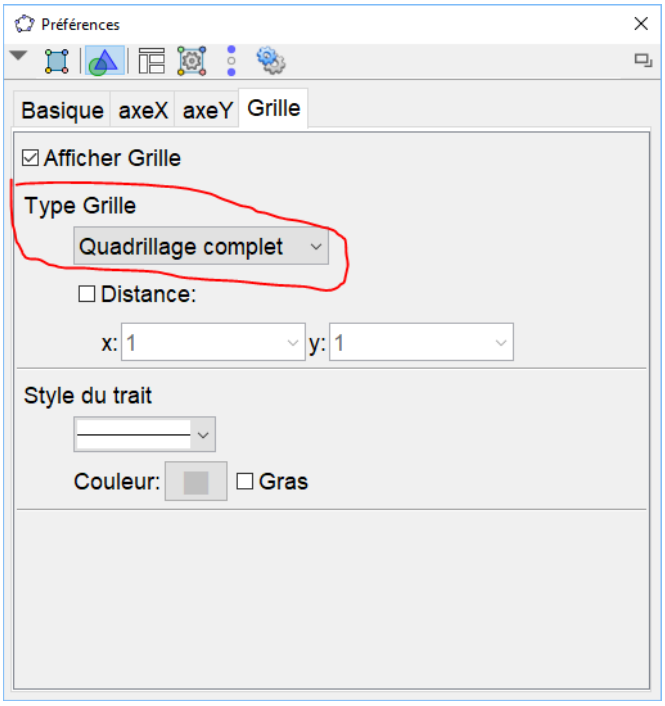



La courbe représentative de la fonction s'affiche au fur et à mesure de l'entrée de l'équation dans le champ de saisie.

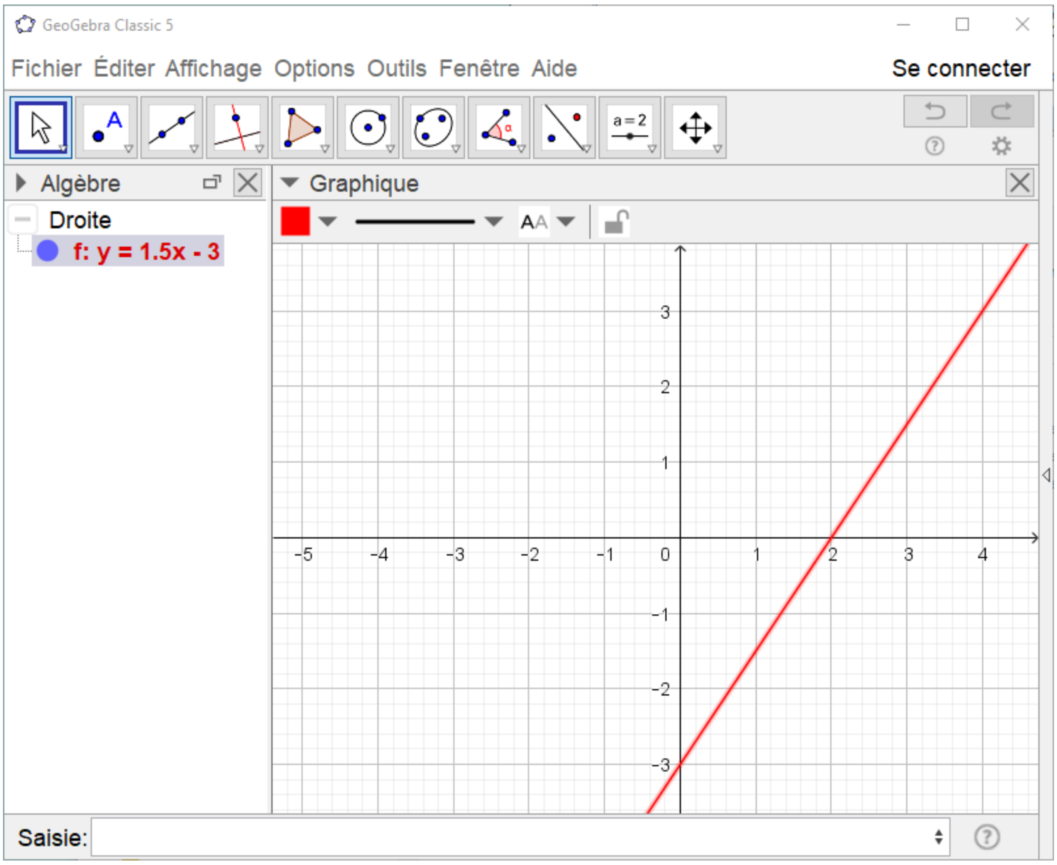
4) On peut afficher la fenêtre « Algèbre » et modifier la grille de fond

Menu « Options » → « Avancé »→ « Préférences graphiques »

(deuxième bouton à partir de la gauche) → Grille → Quadrillage complet




Menu « Affichage » → « algèbre »




L'équation de la droite apparaît dans la fenêtre « Algèbre ».

<u>Comment faire</u>

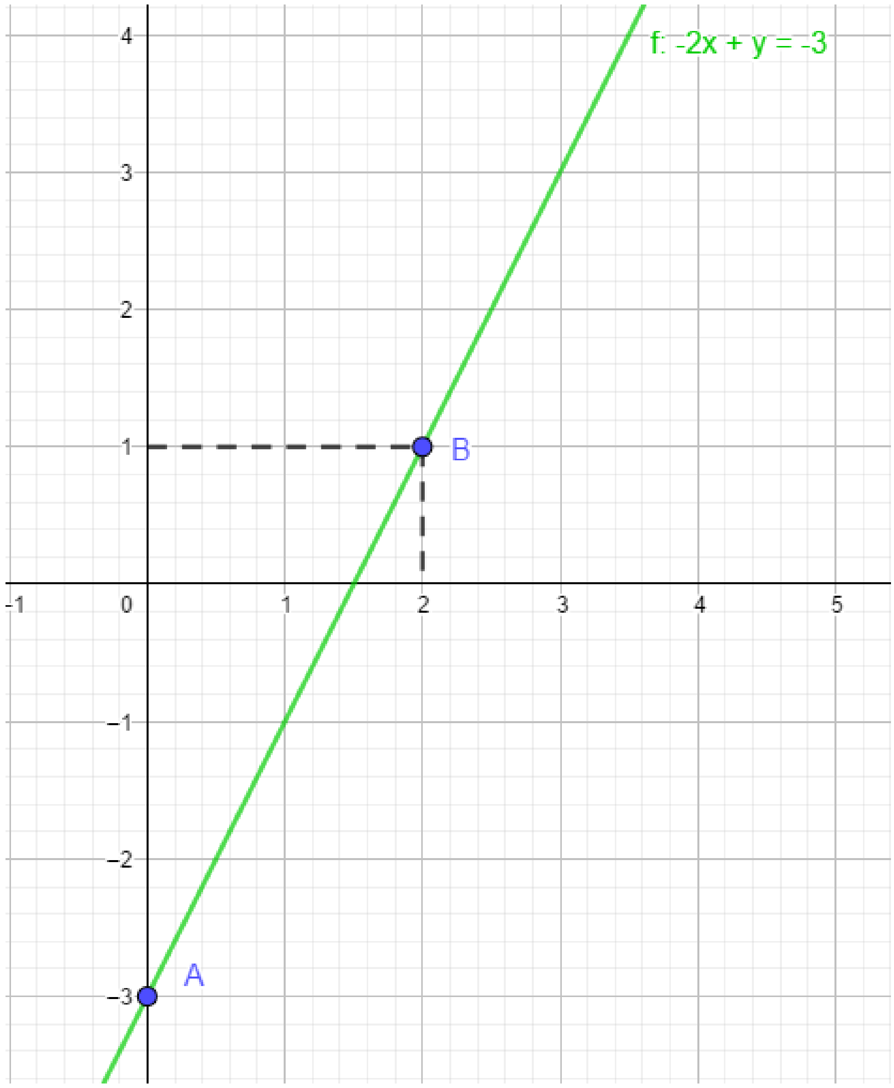
1) Représenter graphiquement la fonction $f : x \mapsto 2x - 3$ dans un repère (O, I, J) orthonormé.

On sait que la représentation graphique de $f$ est une droite (d).

Il faut déterminer deux points de la droite (d) pour la tracer.

$f\ (0) = 2 \times 0 - 3 = -3$ et $f\ (2) = 2 \times 2 - 3 = 1$

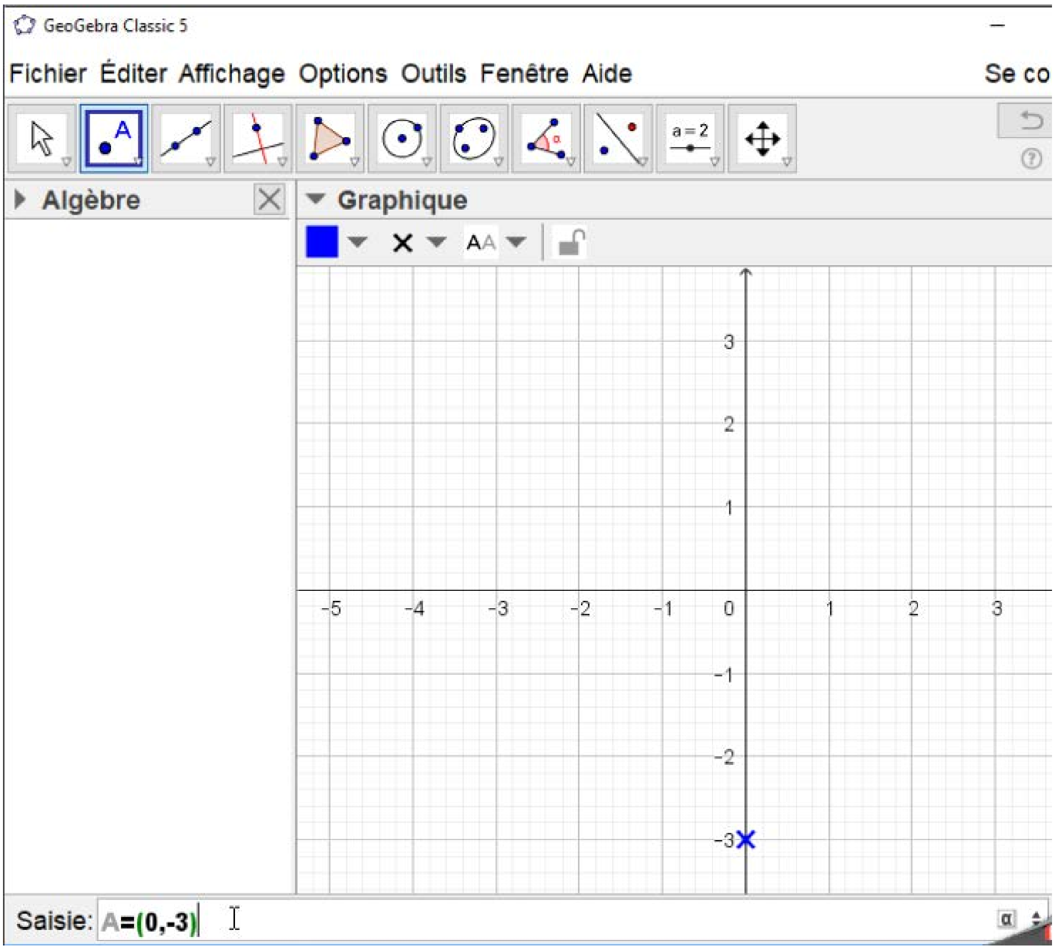
Donc la droite (d) passe par les points A(0 ; –3) et B(2 ; 1)



Avec Geogebra :

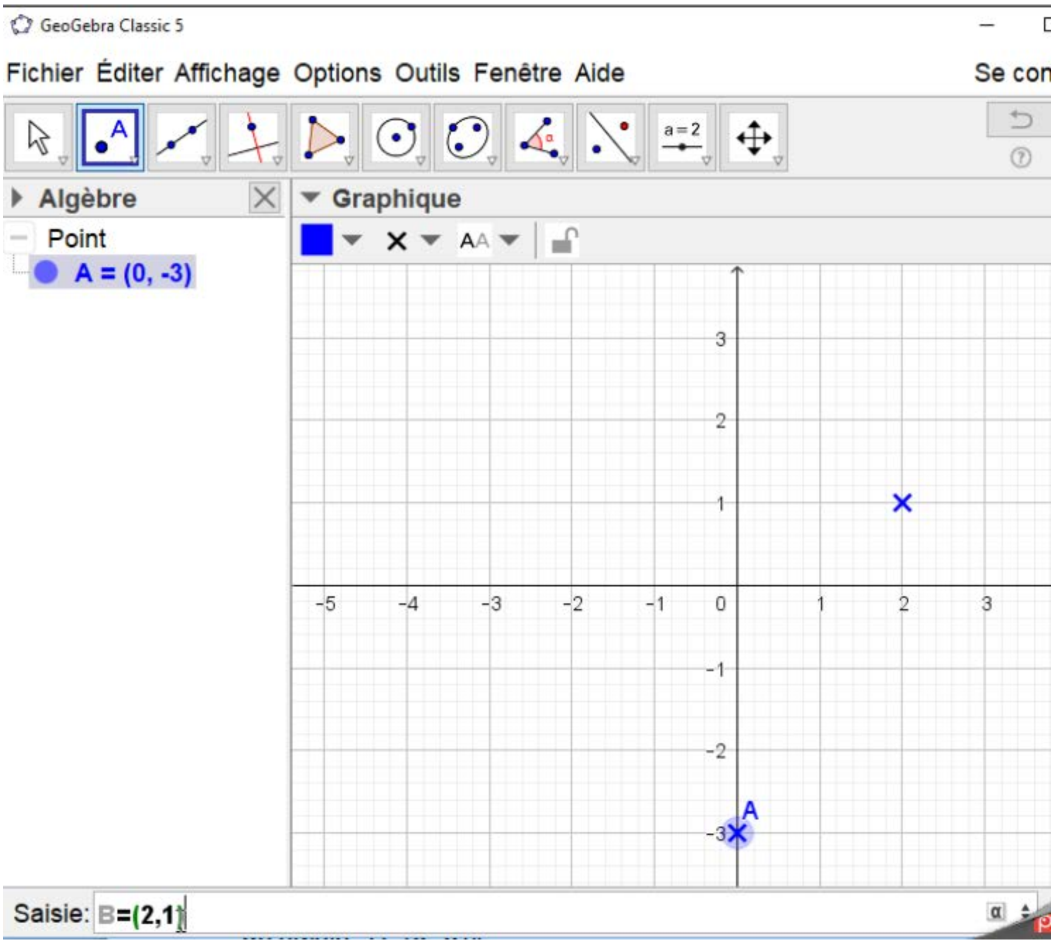
Ici nous allons tracer les deux points calculés ci-dessus et tracer la droite passant par ces deux points.

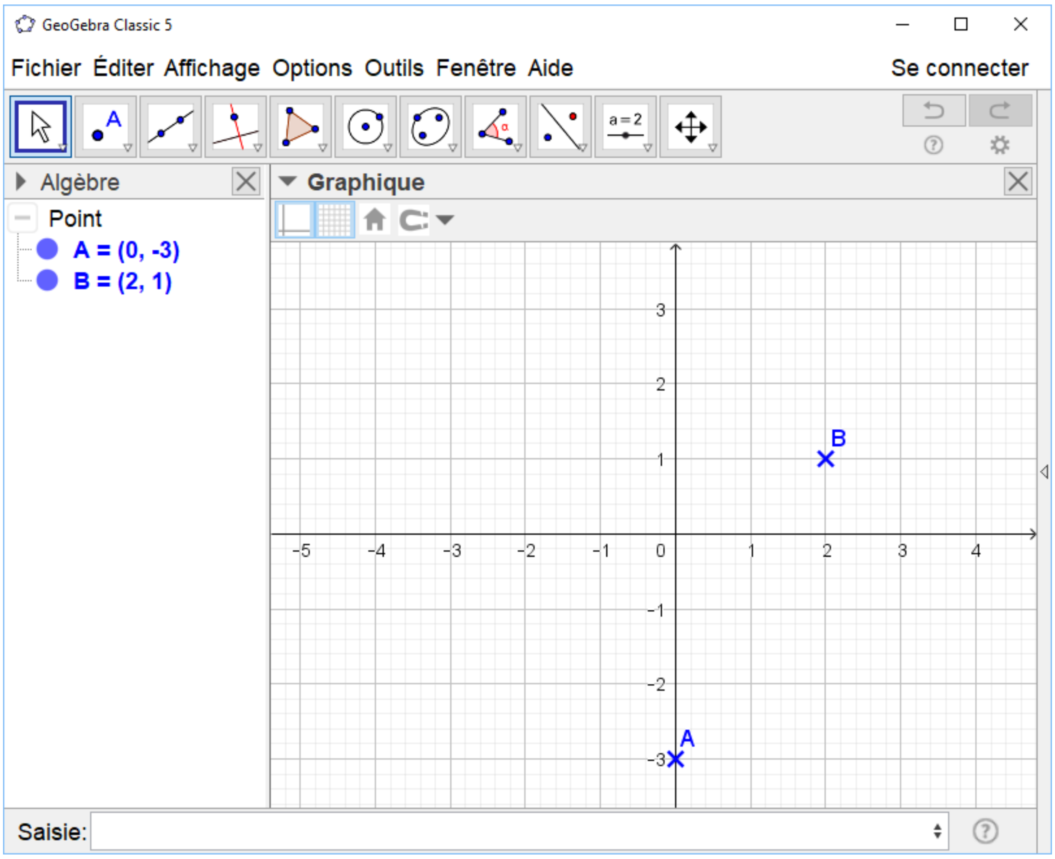
Pour tracer les points A(0, -3) et B (2, 1) il suffit de taper dans le champ de saisie : A=(0,-3) puis « Entrer »



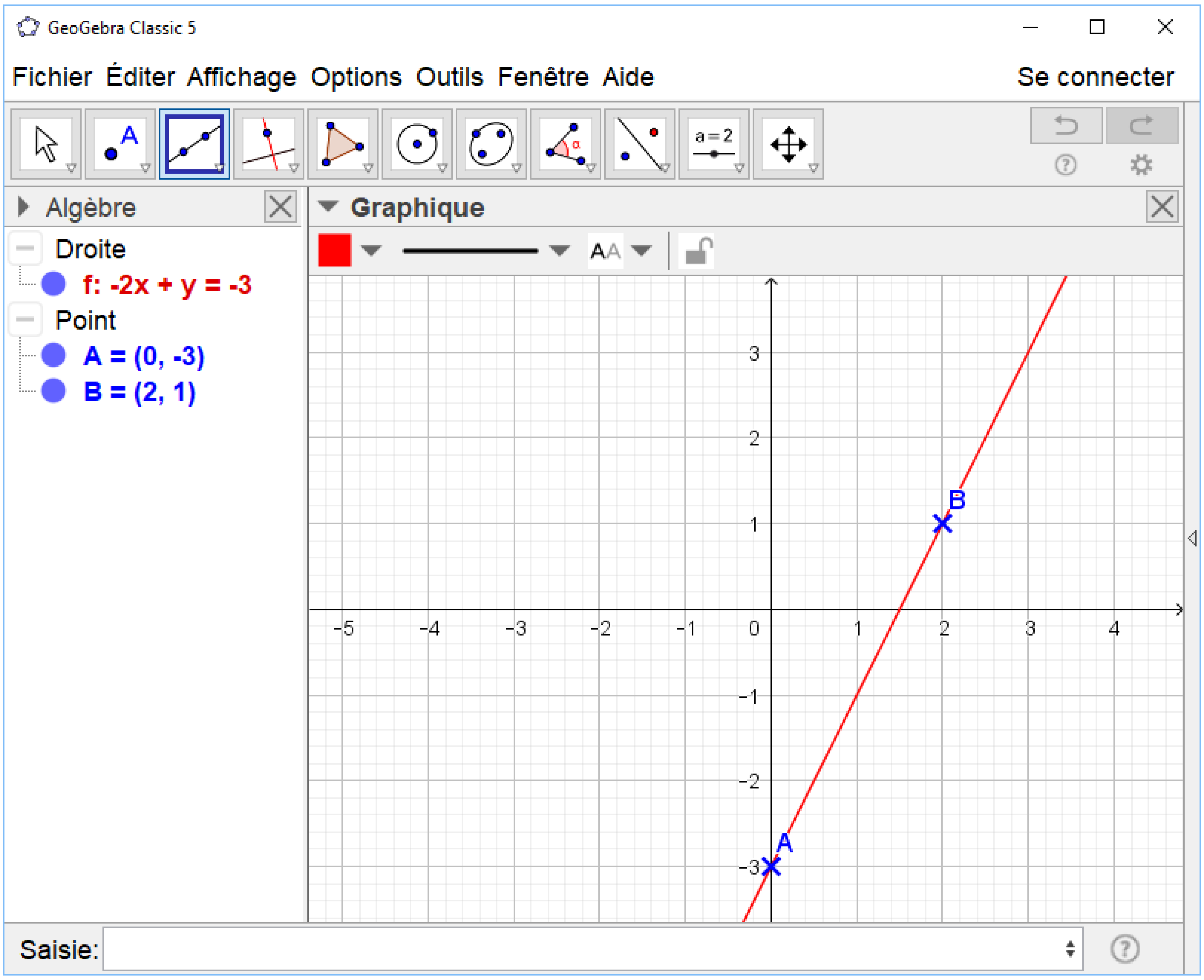

Le point A s'affiche.

On fait de même pour le point B : saisie de B=(2,1) puis « Entrer » dans le champ de saisie.

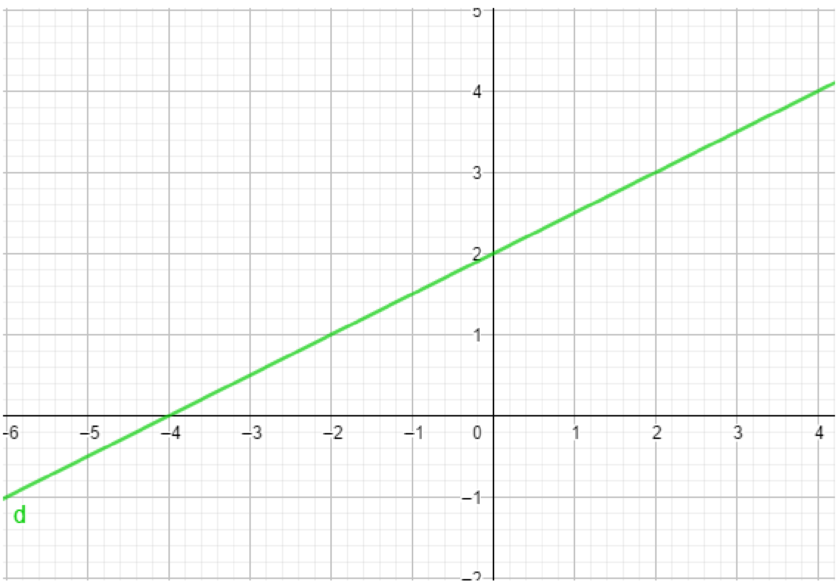

GeoGebra Classic 5
Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide
Algèbre
Graphique
Point
A = (0, -3)
A
Saisie: B=(2,1)


GeoGebra Classic 5
Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide
Se connecter
Algèbre
Graphique
Point
A = (0, -3)
B = (2, 1)
A
B
Saisie:

Il ne reste plus qu'à tracer la droite passant par les points A et B



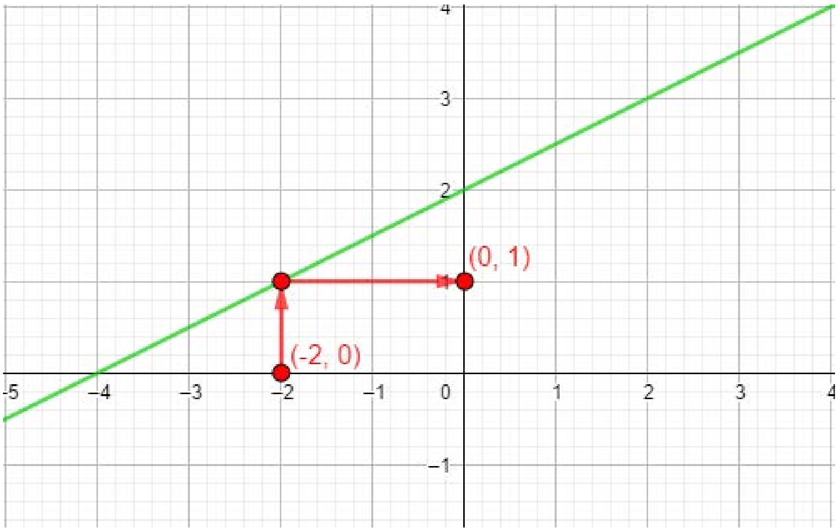

2) La droite (d) représente une fonction affine $f$



**a) Lire l'image de -2 par $f$**

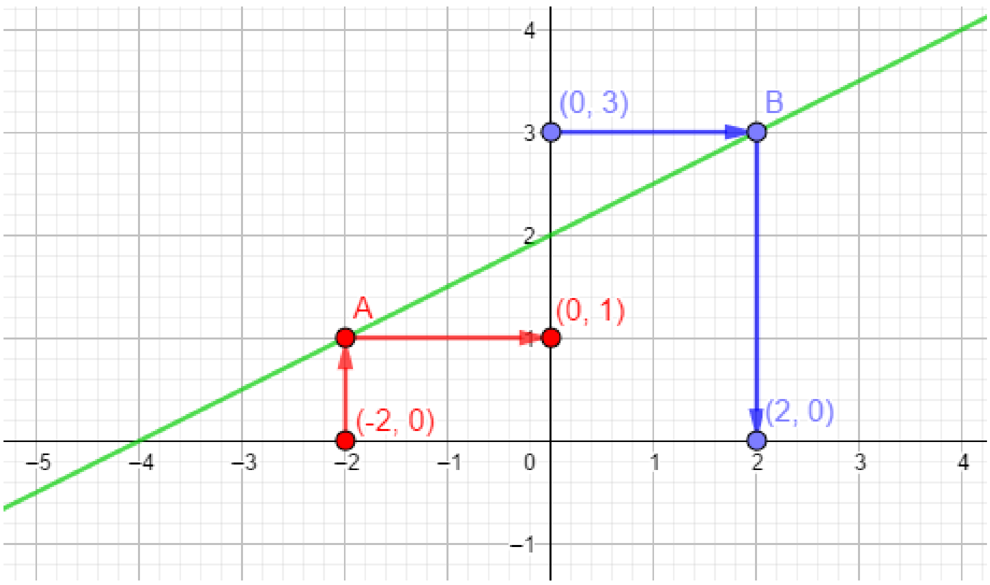
Les valeurs de $x$ se lisent sur l'axe des abscisses.

Les images de $x$ par la fonction $f$, c'est-à-dire les valeurs de $f(x)$, se lisent sur l'axe des ordonnées.




On suit le trajet rouge : l'image de -2 par f est 1. $f(-2) = 1$

**b) Lire l'antécédent de 3 par $f$**



Chercher **l'antécédent** de 3 revient à chercher le nombre dont **l'image** est 3.

On suit le trajet bleu :

2 est le nombre qui a pour **image** 3, c'est-à-dire : $f(2) = 3$

2 est **l'antécédent** de 3 par $f$

**3) Quel est le coefficient directeur de la droite (d) ?**

Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite

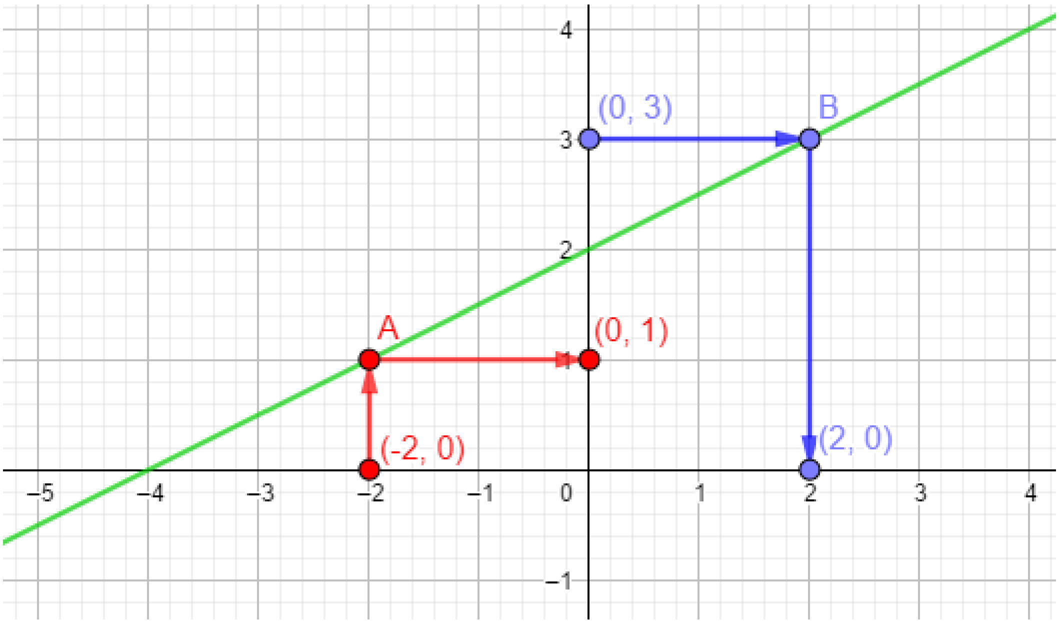
représentant graphiquement une fonction affine $f : x \mapsto\ ax + b$

alors le **coefficient directeur a** de cette droite est égale à :

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$a = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B}$$

Prenons les points $A(-2\ ;\ 1)$ et $B(2\ ;\ 3)$ de notre droite (d).



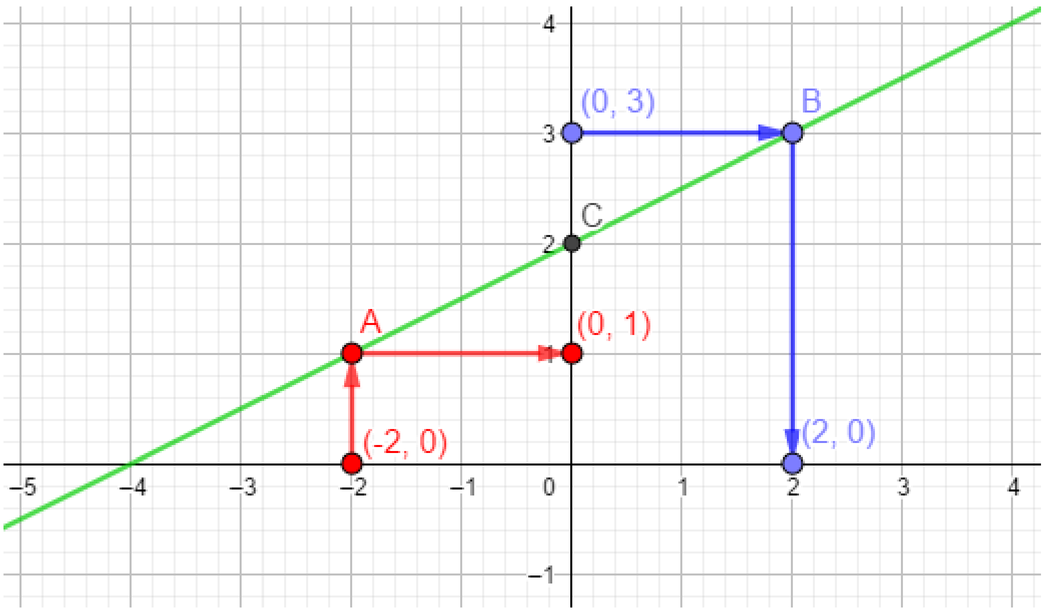

$$a = \frac{1-3}{-2-2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

**4) Quel est l'ordonnée à l'origine de la droite (d) ?**

L'ordonnée à l'origine d'une droite (d) représentant graphiquement une fonction affine $f : x \mapsto \; ax + b$ est donnée par la valeur de $f(0)$.

Lorsque $x = 0$ nous voyons sur le graphique que la droite (d), coupe l'axe des ordonnées au point $C(0\;;\;2)$.

Donc **l'ordonnée à l'origine** de la droite d est égale à 2.




**5) Quelle est la fonction $f$ représentée par la droite (d) ?**

$$f : x \mapsto \frac{1}{2}x + 2$$