

Homothétie

Contenu

Définition.....	1
Propriétés.....	2
Homothétie appliquée à une image.....	2
Homothétie d'un parallélogramme ABCD de centre O situé en dehors du parallélogramme	5
Homothétie d'un parallélogramme ABCD de centre A.....	7

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

- $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM'}$
- les points O, M et M' sont alignés. Si k est positif : $M' \in [OM)$, si k est négatif : $O \in [MM']$

Remarque

- Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.
- Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure image est une réduction de la figure initiale.
- Si $k = 1$, l'image est identique à la figure.
- Si $k = -1$, l'homothétie est la symétrie centrale de centre O.

Propriétés

Par une homothétie de rapport k (k étant un nombre réel), l'image

- d'une droite est une droite qui lui est parallèle
- d'un segment $[MN]$ est un segment $[M'N']$ de longueur $k \times MN$ (si $k > 0$) ou $-k \times MN$ (si $k < 0$)
- d'un triangle par une homothétie est un triangle dont les côtés sont parallèles et proportionnels aux côtés initiaux. Le théorème de Thalès s'applique.


Homothétie appliquée à une image

Si on place un point O et qu'on dessine un « schtroumpf » par exemple, l'homothétie de centre O et de rapport -2 va doubler les dimensions de ce dessin, et le retourner.

L'homothétie de centre O et de rapport $0,5$ dessine un « schtroumpf » miniature à côté du premier.

Dans le dossier Exemples, se trouve une image « schtroumpf.png ».

Nous allons l'utiliser pour faire la démonstration d'une homothétie dont le rapport k est fourni par un curseur.

- Placer dans GeoGebra un curseur k , dont la valeur est comprise entre -2 et $+2$

Curseur

☒ Nombre
☐ Angle
☐ Entier




Nom:

☐ Aléatoire

Intervalle Curseur Animation

min: max: Incrément:

OK Annuler

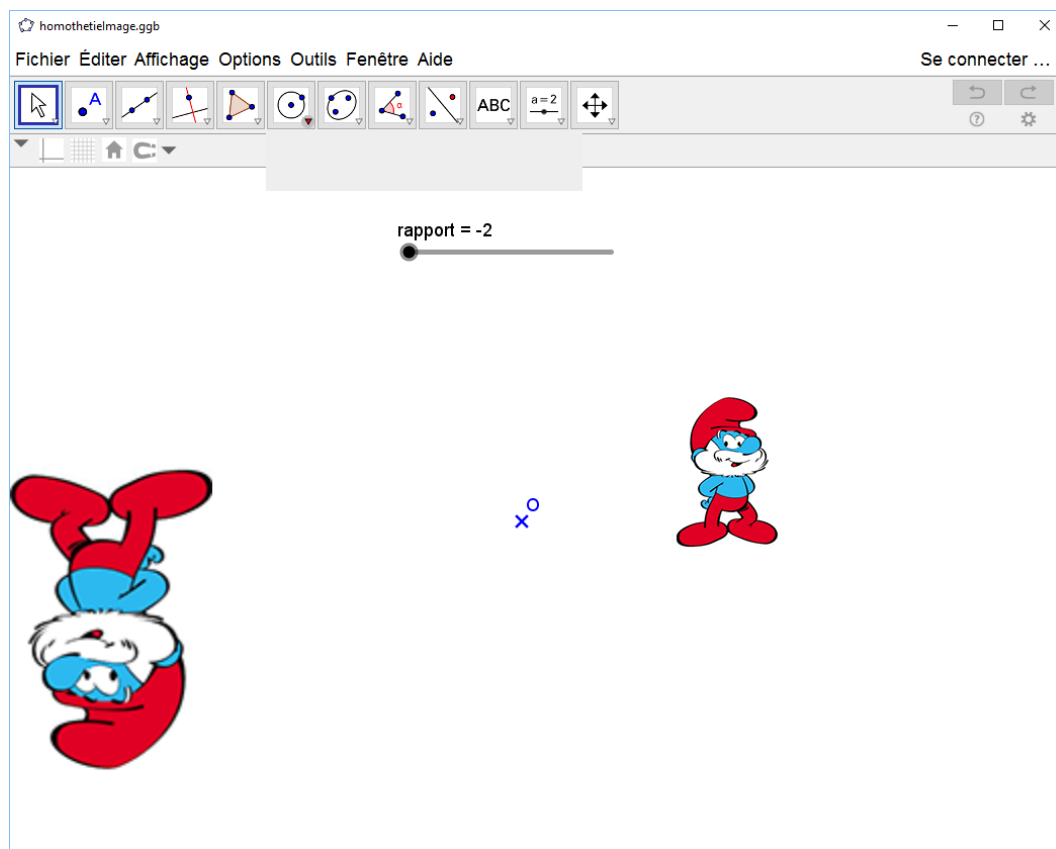
- Avec l'outil « Image »  charger « schtroumpf.png » dans GeoBebra et cacher les deux points A et B créés.
- Placer un point O. 
- Avec l'outil « Homothétie »  cliquer sur l'image (objet que l'on veut transformer par homothétie), puis sur O (centre de l'homothétie) et dans la fenêtre qui s'ouvre taper k (rapport d'homothétie)


Homothétie

Facteur

OK Annuler

- En faisant varier k, nous pouvons observer la transformation du dessin du schtroumpf par l'homothétie de centre O et de rapport k.















[Le fichier de la construction](#)


[S'entraîner](#)

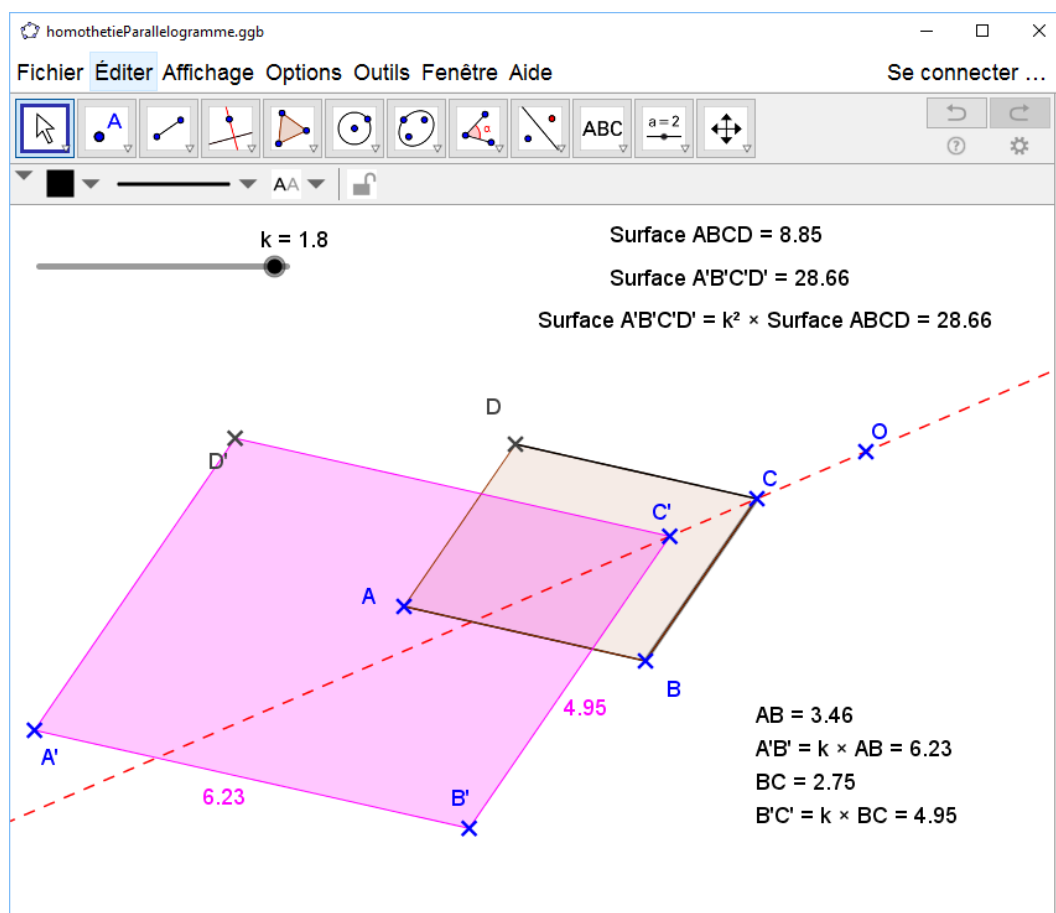
Homothétie d'un parallélogramme ABCD de centre O situé en dehors du parallélogramme

Tracer l'image par homothétie de centre O et de rapport k d'un parallélogramme. O est situé en dehors du parallélogramme.

- Placer trois points A, B et C. 
- Tracer les segments AB et BC et les renommer ab et bc 
- Tracer une parallèle à BC passant par A. 
- Tracer une parallèle à AB passant par C. 
- Ces deux parallèles se coupent en D. 
- Tracer les segments [CD] et [AD] et les renommer cd et ad 
- Tracer le parallélogramme ABCD et cacher les droites. 
- Placer un point O en dehors du parallélogramme. 
- Placer un curseur k, dont la valeur varie entre -2 et 2. 
- Tracer l'image du parallélogramme dans une homothétie de centre O et de rapport k. 
- Tracer la droite passant par A et O , ou B et O ou C et O, ou D et O. Vous remarquerez que le point image A' ou B' ou C' ou D' correspondant appartient également à la droite tracée. Lorsque k vaut 1, les deux parallélogrammes sont confondus.

- Afficher la surface du parallélogramme ABCD, celle du parallélogramme A'B'C'D' et vérifier que la surface de A'B'C'D' est bien celle de $ABCD \times k^2$.
- Afficher la mesure des segments AB et A'B' et vérifier que $A'B' = k \times AB$. Idem pour BC et B'C'

L'utilisation de l'outil Texte pour afficher des formules, est expliqué dans le tutoriel sur les agrandissements-réductions.



[Le fichier de la construction](#)



[S'entraîner](#)

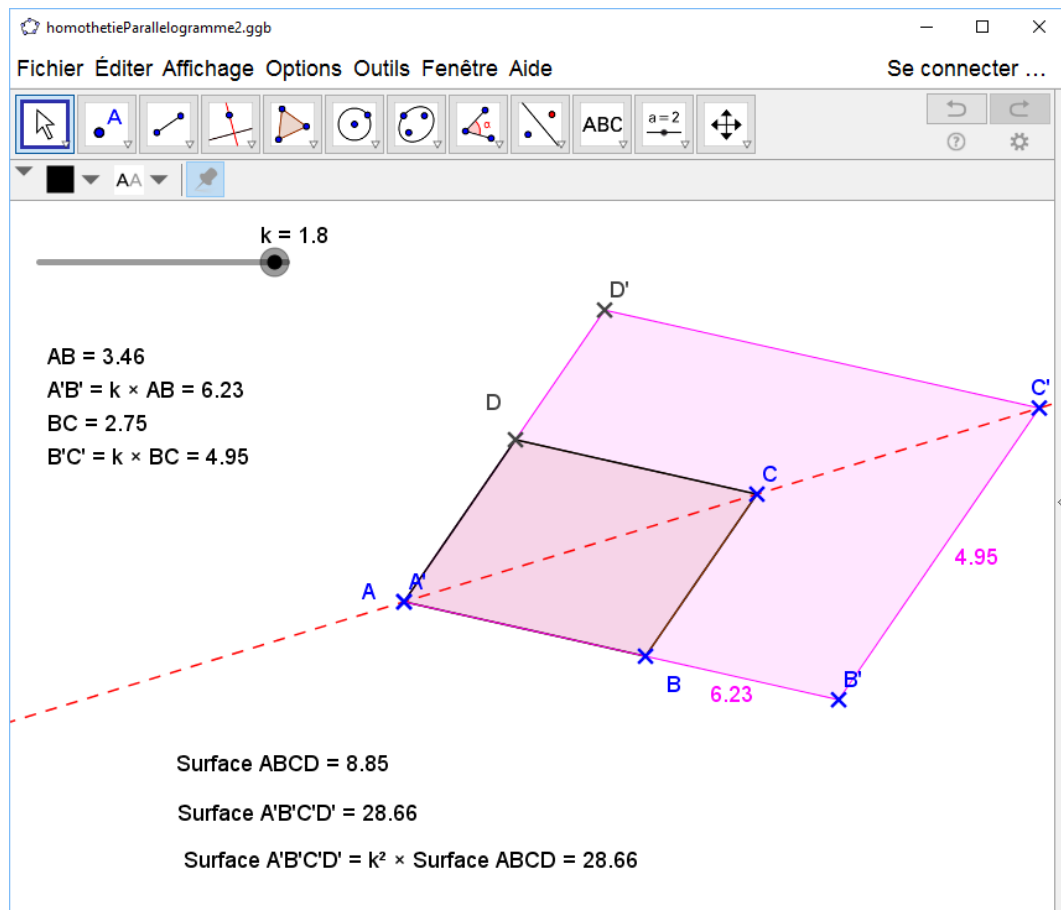
Homothétie d'un parallélogramme ABCD de centre A

Tracer l'image par homothétie de centre A et de rapport k d'un parallélogramme ABCD.

- Tracer le parallélogramme ABCD
- Placer un curseur k, dont la valeur varie entre -2 et 2.
- Tracer l'image du parallélogramme dans une homothétie de centre A et de rapport k.
- Tracer la droite (AC).
- En faisant varier k, on voit que le point image C' de C parcourt cette droite (AC). De même l'image B' de B, parcourt la droite (AB) et l'image D' de D parcourt la droite (AD).
- Afficher la surface du parallélogramme ABCD, celle du parallélogramme A'B'C'D' et vérifier que la surface de A'B'C'D' est bien celle de ABCD $\times k^2$
- Afficher la mesure des segments AB et A'B' et vérifier que

$$A'B' = k \times AB.$$

Idem pour BC et B'C'




 GeoGebra [Le fichier de la construction](#)


 GeoGebra [S'entraîner](#)