Les fonctions linéaires

Définitions et notations

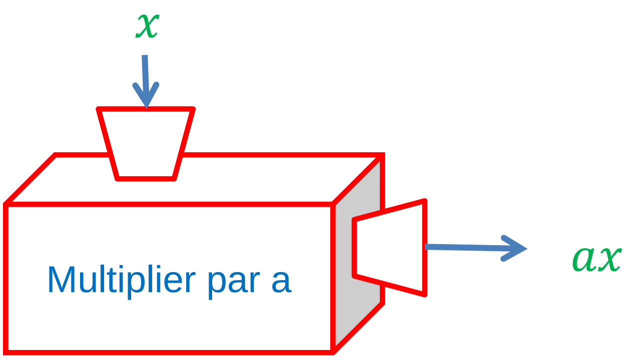
Soit a un nombre fixé.

En associant à chaque nombre « x » un nombre « ax » appelé image de x, on définit une fonction linéaire de **coefficient a**.

On notera cette fonction

$$f : x \mapsto ax$$

L'image de x sera notée $f(x)$.



Remarque :

La fonction linéaire f traduit une situation de proportionnalité, et le nombre a est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Exemples :

La fonction $f : x \mapsto 5x$ est la fonction linéaire de coefficient 5.

La fonction $f : x \mapsto -3x$ est la fonction linéaire de coefficient –3.

La fonction $f : x \mapsto 2x^2$ n'est pas une fonction linéaire.

La fonction $f : x \mapsto -5x + 2$ n'est pas une fonction linéaire.

Propriétés

- Tout nombre admet une **unique image** par une fonction linéaire.

- Tout nombre admet un **unique antécédent** par une fonction linéaire.

Représentation graphique d'une fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est **une droite passant par l'origine** et d'équation $y = ax$.

a est le **coefficient directeur** de la droite d.

- Si a est positif, la droite monte.
- Si a est négatif, la droite descend.
- Si a est égal à 0, la droite est confondue avec l'axe des abscisses.

Pour construire cette droite, il suffit de connaître un seul point de coordonnées (x ; $f(x)$).

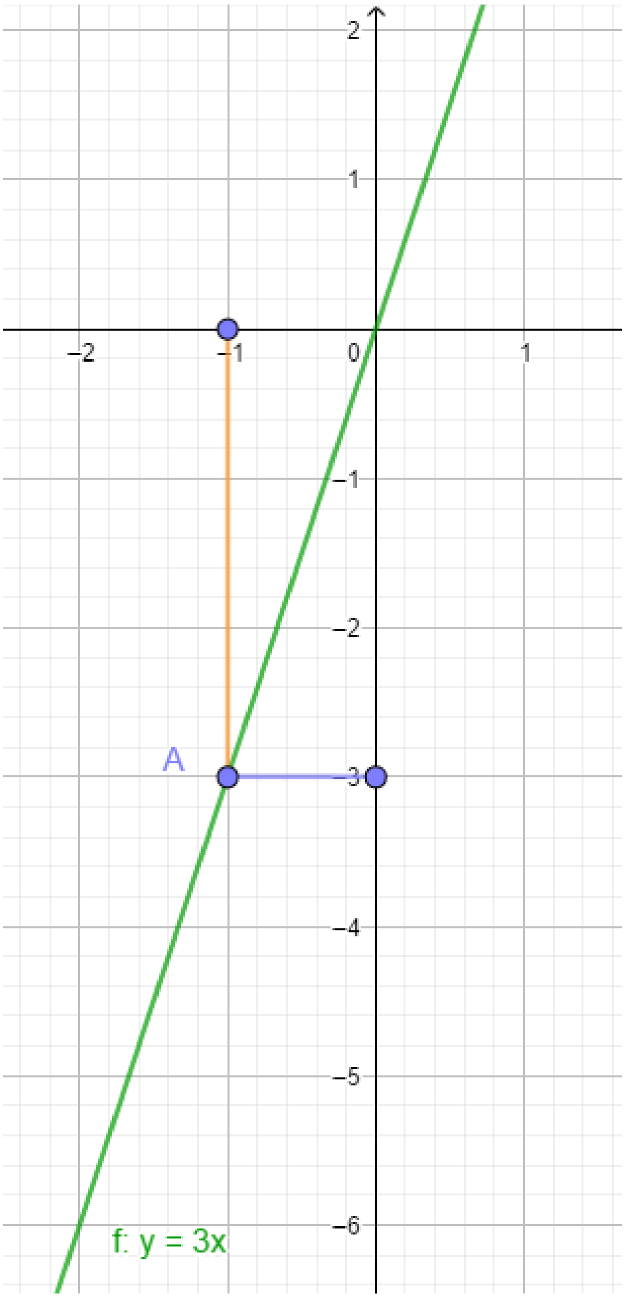
Propriété réciproque :

Toute droite passant par l'origine est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

Exemple 1 : Représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto 3x$

Soit un point A d'abscisse -1, son ordonnée est **l'image** de -1 par la fonction f :

$$f(-1) = 3 \times (-1) = -3$$



Exemple 2 : Représentation de

$$f(x): x \mapsto -3x$$

La droite descend car le coefficient directeur est négatif.