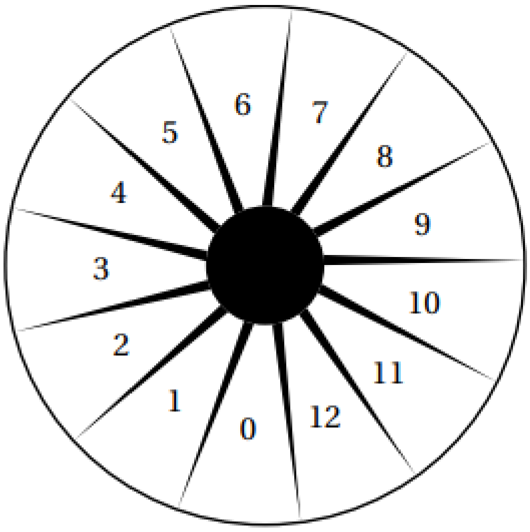
Brevet des collèges Pondichéry juin 2018

EXERCICE 1 : 13 Points

On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule.

Représenté ci-dessous, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.



On lance la boule sur le plateau.

La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.

La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case

Question 1 : Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8?

Réponse : Il y a une case numérotée 8 sur 13 cases au total.

La probabilité que la boule s'arrête sur la case 8 est donc égale à

$$\frac{1}{13}$$

Question 2 : Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair?

Réponse : Il y a 6 cases numérotées par un nombre impair sur un total de 13 cases. La probabilité que la boule s'arrête sur un nombre impair est donc :

$$\frac{6}{13}$$

Question 3 : Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre premier?

Réponse : Les nombres premiers sont : 1, 2, 3, 5, 7, 11. Il y a 5 sur la cible. La probabilité que la boule s'arrête sur un nombre premier est donc :

$$\frac{5}{13}$$

Question 4 : Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9.

A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7?

Argumenter à l'aide d'un calcul de probabilités.

Réponse : A chaque lancer la probabilité que la boule s'arrête sur une case est la même pour toutes les cases

$$\frac{1}{13}$$

La probabilité qu'elle s'arrête sur la case numérotée 9 est égale à la probabilité qu'elle s'arrête sur la case numérotée 7.

EXERCICE 2 : 9 POINTS

Le pavage représenté sur la figure 1 est réalisé à partir d'un motif appelé pied-de-coq qui est présent sur de nombreux tissus utilisés pour la fabrication de vêtements. Le motif pied-de-coq est représenté par le polygone ci-dessous à droite (figure 2) qui peut être réalisé à l'aide d'un quadrillage régulier.

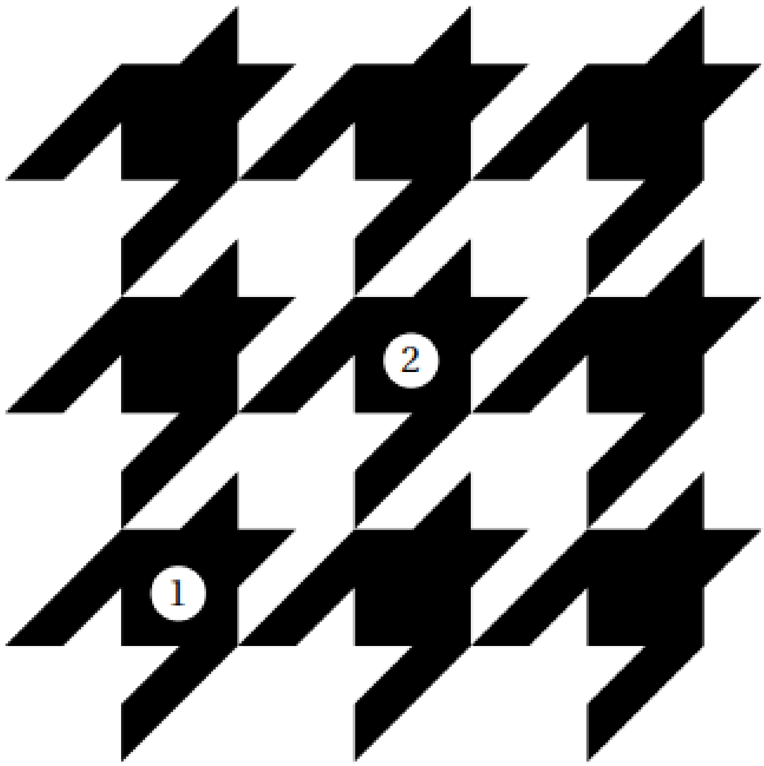


Figure 1

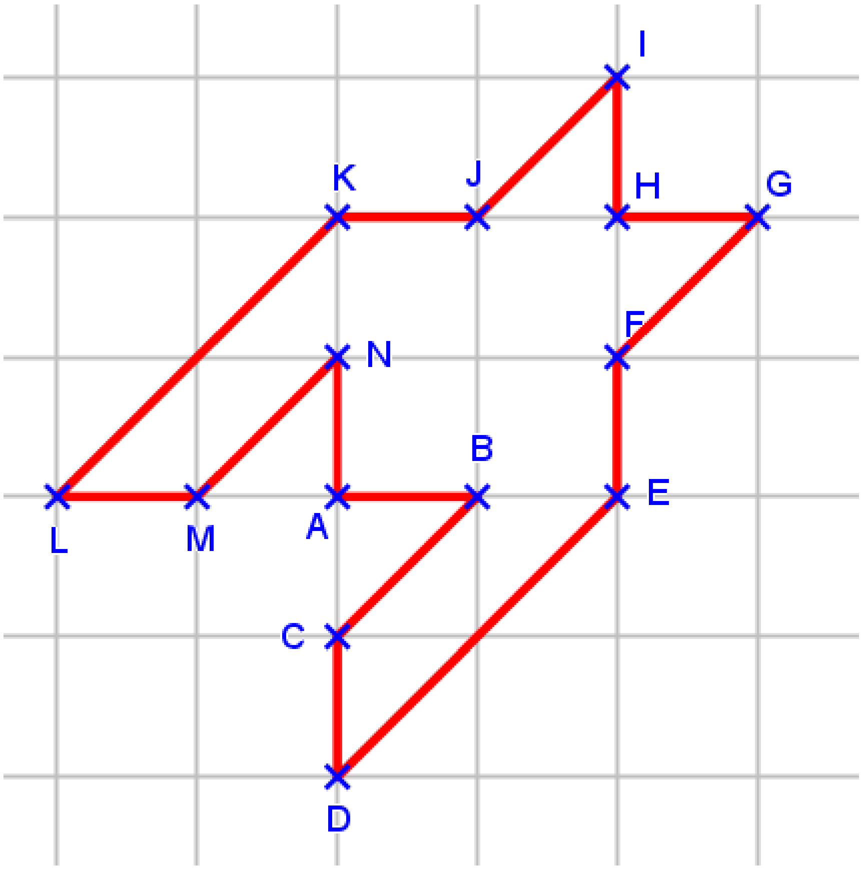


Figure 2

Question 1 : Sur la figure 1, quel type de transformation géométrique permet d’obtenir le motif 2 à partir du motif 1?

Réponse : On passe du motif 1 au motif 2 par une translation.

Question 2 : Dans cette question, on considère que :

AB = 1 cm (figure 2).

Déterminer l'aire d'un motif pied-de-coq.

Réponse : On compte à l'intérieur du motif, 4 carreaux entiers et 8 demi-carreaux. L'aire du motif est donc

$$aire = 4 + 8 \times 0{,}5 = 4 + 4 = 8\ cm^2$$

Question 3 : Marie affirme « si je divise par 2 les longueurs d'un motif, son aire sera aussi divisée par 2 ».

A-t-elle raison? Expliquer pourquoi.

Réponse : Si les longueurs sont divisées par 2, les aires sont divisées par 2^2 soit 4.

Marie a tort.

EXERCICE 3 : 9 Points

Cet exercice est un Q. C. M. (Questionnaire à choix multiples).

Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées et une seule est exacte. Une réponse fausse ou absente n'enlève pas de point.

Question 1 : $2{,}53 \times 10^{15} =$

Réponse a : 2,530 000 000 000 000 00

Réponse b : 2530 000 000 000 000

Réponse c : 253 000 000 000 000 000

Réponse d : 37,95

Réponse exacte : **b**

Question 2 : La latitude de l'équateur est :

Réponse a : 0°

Réponse b : 90° Est

Réponse c : 90° Nord

Réponse d : 90° Sud

Réponse exacte : **a**

<u>Question 4</u> : $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{5}{6}}{7} =$

Réponse a : $\dfrac{3}{14}$

Réponse b : $\dfrac{1}{9}$

Réponse c : 0,214 285 714

Réponse d : 0,111 111 111

Réponse exacte : **a**

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{5}{6}}{7}=\frac{\frac{4}{6}+\frac{5}{6}}{7}=\frac{\frac{9}{6}}{7}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{7}=\frac{3}{14}$$

EXERCICE 4 : 18 Points

Programme A

Choisir un nombre

Soustraire 3

Calculer le carré du résultat obtenu

Programme B

Choisir un nombre

Calculer le caré de ce nombre

Ajouter le triple du nombre de départ

Ajouter 7

<u>Question 1</u> : Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.

Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

Réponse : Programme A

Nombre choisi = 1

Soustraire 3 : 1 – 3

Calculer le carré du résultat obtenu : $(-2)^2 = 4$

<u>Question 2</u> : Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il?

Réponse : **Programme B**

Choisir un nombre : -5

Calculer le caré de ce nombre : $(-5)^2 = 25$

Ajouter le triple du nombre de départ : $25 + 3\times(-5) = 25 - 15 = 10$

Ajouter 7 : $10 + 7 = 17$

Question 3 : Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3?

B2		=(B1−3) ˆ r 2						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	−3	−2	−1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

Réponse : Lina a saisi en B3 : = B1^2 + 3 * B1 + 7

Question 4 : Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat.

Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$

Réponse : Si x est le nombre choisi, le programme A donne :

$$(x-3)^2$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

b. Écrire le résultat du programme B.

Réponse : Si x est le nombre choisi, le programme B donne :

$$x^2 + 3x + 7$$

c. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat? Si oui, lequel?

Réponse : Les résultats des deux programmes seront égaux si :

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 + 3x + 7$$

$$9 - 7 = 3x + 6x$$

$$2 = 9x$$

$$x = \frac{2}{9}$$

Le résultat commun est :

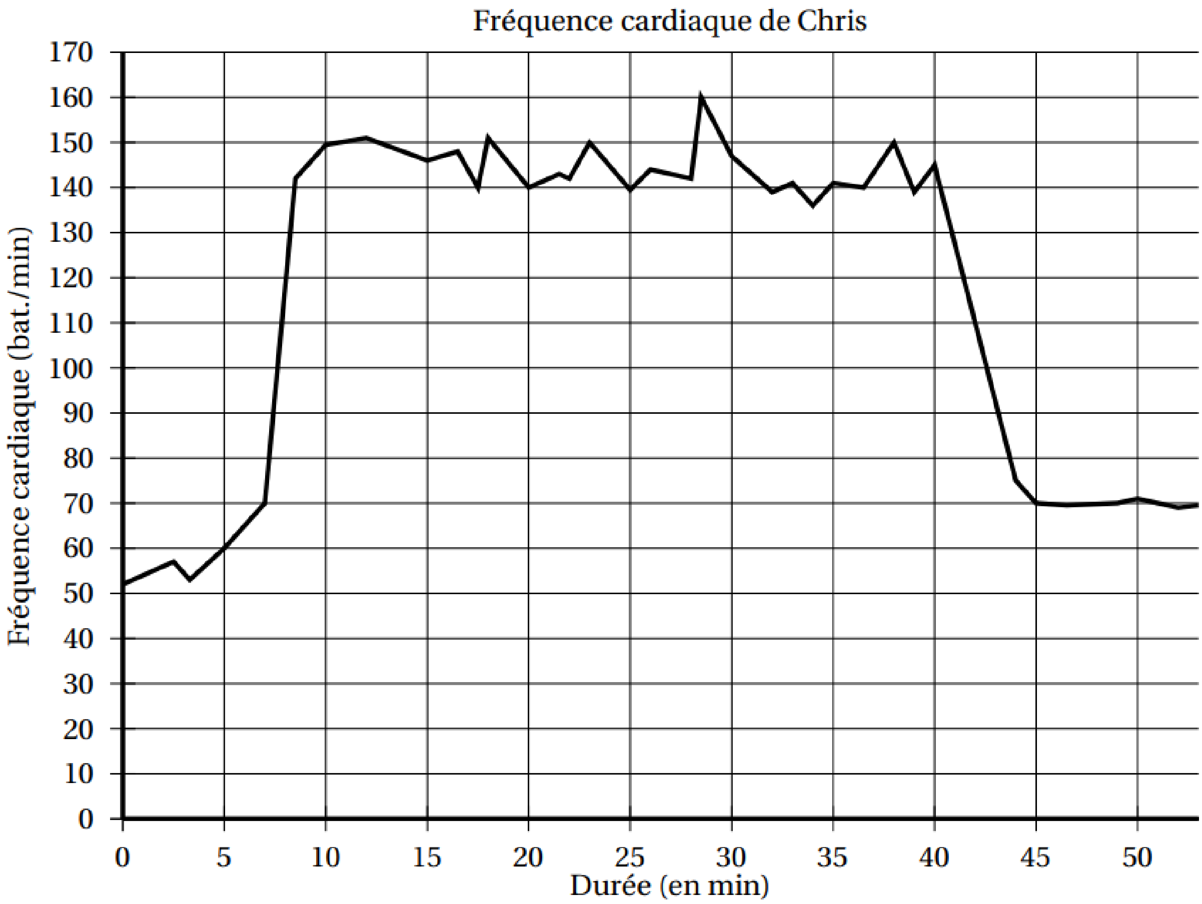
$$\left(\frac{2}{9} - 3\right)^2 = \left(\frac{2}{9} - \frac{27}{9}\right)^2 = \left(-\frac{25}{9}\right)^2 = \frac{25^2}{9^2} = \frac{625}{81}$$

EXERCICE 5 : 20 Points

Voir la correction spécifique de cet exercice.

EXERCICE 6 : 15 points

Chris fait une course à vélo tout terrain (VTT). Le graphique ci-dessous représente sa fréquence cardiaque (en battements par minute) en fonction du temps lors de la course.



Question 1 : Quelle est la fréquence cardiaque de Chris au départ de sa course?

Réponse : Au départ de la course le cœur de Chris bat à peu près à 52 battements par minute

Question 2 : Quel est le maximum de la fréquence cardiaque atteinte par Chris au cours de sa course?

Réponse : La fréquence la plus haute est voisine de 160 battements par minute.

Question 3 : Chris est parti à 9 h 33 de chez lui et termine sa course à 10 h 26. Quelle a été la durée, en minutes de sa course?

Réponse :

	h		min	
		9	8	6
	~~1~~	~~0~~	~~2~~	~~6~~
-		9	3	3
=		0	5	3

La durée de la course est de 53 minutes

Question 4 : Chris a parcouru 11 km lors de cette course.

Montrer que sa vitesse moyenne est d'environ 12,5 km/h.

Réponse :

$$vitesse = \frac{distance\ parcourue}{temps} = \frac{11}{53} km\ par\ min = \frac{11 \times 60}{53}$$

$$\approx 12{,}45\ km\ par\ h$$

uestion 5 : On appelle FCM (Fréquence Cardiaque Maximale) la fréquence maximale que peut supporter l'organisme.

Celle de Chris est FCM = 190 battements par minute.

En effectuant des recherches sur des sites internet spécialisés, il a trouvé les données suivantes :

Effort : léger

Fréquence cardiaque mesurée : Inférieure à 70% de la FCM

Effort : soutenu

Fréquence cardiaque mesurée : 70% à 85% de la FCM

Effort : tempo

Fréquence cardiaque mesurée : 85% à 92% de la FCM

Effort : seuil anaérobie

Fréquence cardiaque mesurée : 92% à 97% de la FCM

Estimer la durée de la période pendant laquelle Chris a fourni un effort soutenu au cours de sa course.

Réponse :

Effort : soutenu

Fréquence cardiaque mesurée : 70% à 85% de la FCM

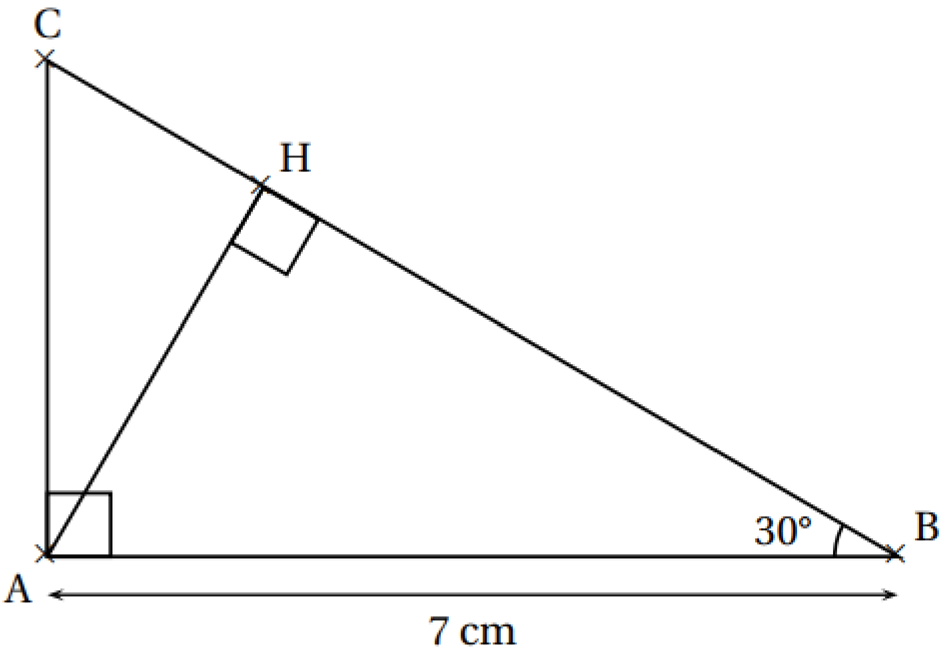
Chris a une FCM de 190 battements par minute.

$$190 \times \frac{70}{100} = 133 \quad et \; 190 \times \frac{85}{100} = 161{,}5$$

Il faut donc estimer le temps pendant lequel la fréquence a été comprise entre 133 et 161,5 battements par minute, soit en fait supérieure à 133.

On lit approximativement que cette fréquence a dépassé 133 de la 8^e à la 42^e minute, soit pendant 34 minutes.

EXERCICE 7 : 16 Points



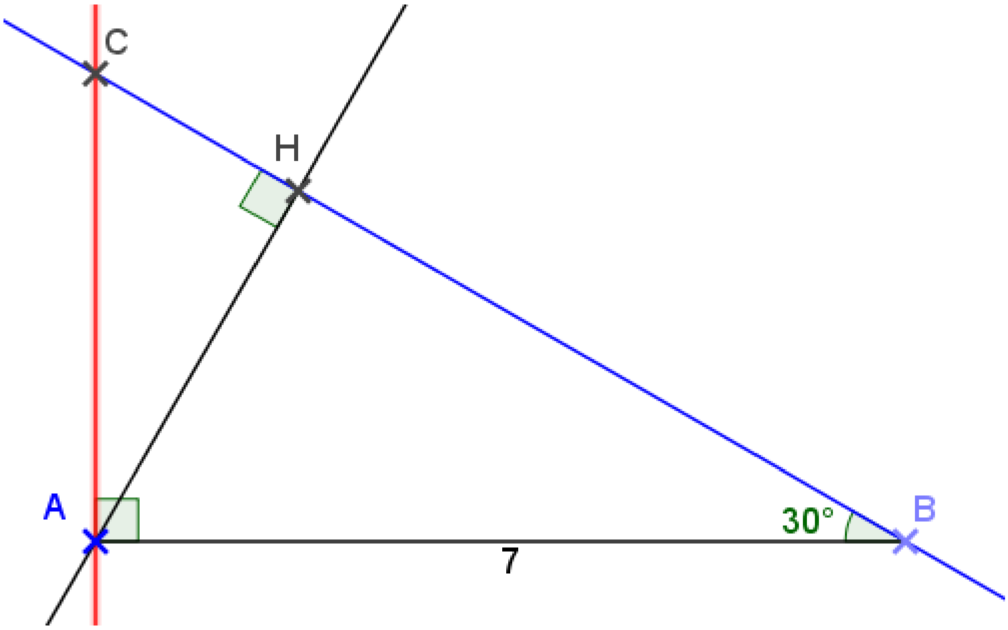
On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que

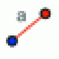
$\widehat{ABC}$ = 30° et AB = 7 cm.

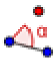
H est le pied de la hauteur issue de A.

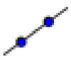
<u>Question 1</u> : Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.

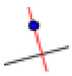
Réponse : (construction GeoGebra)

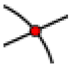


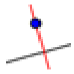
Tracer le segment AB de longueur 7 : 

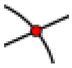
Tracer l'angle $\widehat{ABC}$ de 30° : 

Tracer la droite passant par B et le point A' créé lors du tracé de l'angle (ici le point A' a été caché après tracé de la droite) : 

Tracer une droite perpendiculaire à AB passant par A : 

Tracer le point d'intersection entre la droite BA' (droite bleue) et la perpendiculaire à AB passant par A (droite rouge). Cela donne un point C : 

Tracer une droite perpendiculaire à BC passant par A : 

Tracer le point d'intersection entre la droite BC (droite bleue) et la perpendiculaire à BC passant par A (droite noire). Cela donne un point que l'on renomme H : 

<u>Question 2</u> : Démontrer que AH = 3,5 cm.

Réponse :

Dans le triangle ABH rectangle en H : $\widehat{BAH}$ = 90 – $\widehat{ABC}$ = 90 – 30 = 60°

$$AH = AB \times \cos 60 = 7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5\ cm$$

<u>Question 3</u> : Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.

Réponse :

Les triangles ABC et HAC sont rectangles, ont en commun l'angle en C de mesure 60°, donc leurs troisièmes angles ont pour mesure 30° : ils sont donc semblables.

<u>Question 4</u> : Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC

Réponse : En comparant les côtés adjacents aux angles de mesure 30°, on a un coefficient de réduction

$$\frac{AH}{AB} = \frac{3{,}5}{7} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Les dimensions du triangle HAC sont deux fois plus petites que celles du triangle ABC.