Brevet des collèges
Métropole – La réunion juin 2018

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

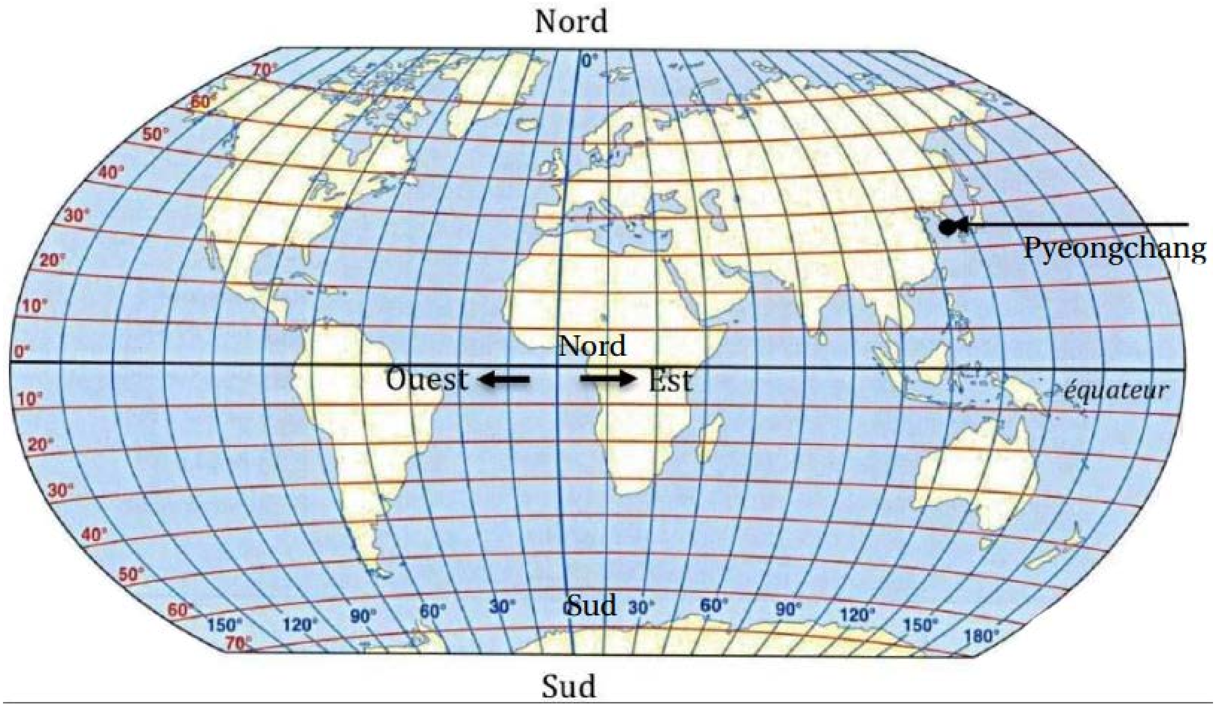
EXERCICE 1 : 11 Points

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski.

Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

<u>Question 1</u> : Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.

Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



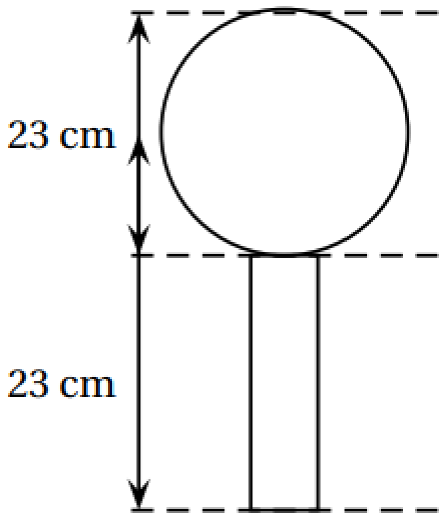
Réponse :

Les coordonnées de Pyeongchang sont : latitude : 35° Nord et longitude : 130 Est.

Question 2 : On considère que ce globe est composé d’un cylindre en cristal de diamètre 6cm, surmonté d’une boule de cristal.

Voir schéma ci -dessous.

Montrer qu’une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6 371 cm3.



Rappels :

Volume d’une boule de rayon R :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Volume d’un cylindre de rayon r et de hauteur h

$$V = \pi r^2 h$$

Réponse : Le volume de la boule de diamètre 23 cm est

$$V_{boule} = \frac{4}{3} \times 11{,}5^3 \times \pi = 2027{,}83\pi \approx 6370{,}626 \approx 6371\ cm^3$$

Question 3 : Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée.

A-t-elle raison?

Réponse : Le volume du cylindre de base, de rayon 3 cm et de hauteur 23 cm est :

$$V_{cylindre} = \pi \times 3^2 \times 23 = 207\pi\ cm^3$$

Volume total

$$V_{total} = V_{boule} + V_{cylindre} = 2027{,}83\pi + 207\pi\ cm^3$$

$$V_{total} = 2234{,}83\pi \approx 7020{,}926\ cm^3$$

Calcul des pourcentages

$$\frac{V_{boule}}{V_{total}} = \frac{2027{,}83\pi}{2234{,}83\pi} \approx 0{,}907376 \approx 91\%$$

Le volume de la boule de cristal représente environ 90% du volume total du trophée

EXERCICE 2 : 14 Points

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01mm.

En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines.

Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne : 72,5 $\mu g/m^3$

Médiane : 83,5 $\mu g/m^3$

Concentration minimale : 22 $\mu g/m^3$

Concentration maximale : 107 $\mu g/m^3$

Source : http ://www.air-rhonealpesfr

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu g/m^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

<u>Question 1</u> : Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?

Réponse : Moyenne pour Grenoble

$$m_{Grenoble} = \frac{634}{10} = 63{,}4\ \mu g/m^3$$

$$63{,}4\ \mu g/m^3 < 72{,}5\ \mu g/m^3$$

Donc la moyenne pour Lyon est supérieure.

<u>Question 2</u> : Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble.

Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante?

Interpréter ce dernier résultat.

Réponse :

$$E_{Grenoble} = 89 - 32 = 57\ \mu g/m^3$$

$$E_{Lyon} = 107\ \mu g/m^3$$

L'étendue la plus importante est celle de Lyon.

Question 3 : L'affirmation suivante est-elle exacte? Justifier votre réponse.

« Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de 80 µg/m3 par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon »

Réponse : La médiane est de $83{,}5\ \mu g/m^3$

La série possède 10 valeurs. La médiane nous indique qu'au moins 50% desvaleurs sont égales à $83{,}5\ \mu g/m^3$

L'affirmation est juste.

EXERCICE 3 : 12 Points

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique.

Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap.

Il appuie sur la touche « lecture aléatoire » qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

Question 1 : Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap?

Réponse : Il y a 125 morceaux de rap sur 375 morceaux. La probabilité d'avoir un morceau rap est de :

$$\frac{125}{375} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 3} = \frac{1}{3}$$

Question 2 : La probabilité qu'il écoute du rock est égale à 7 / 15

Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio?

Réponse : On a

$$\frac{7}{15} \times 375 = 175\ morceaux\ de\ rock$$

<u>Question 3</u> : Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio.

Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche « lecture aléatoire » de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock?

Réponse : Pour Alice

$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{7}{15}$$

Théo a donc plus de chances d'écouter du rock.

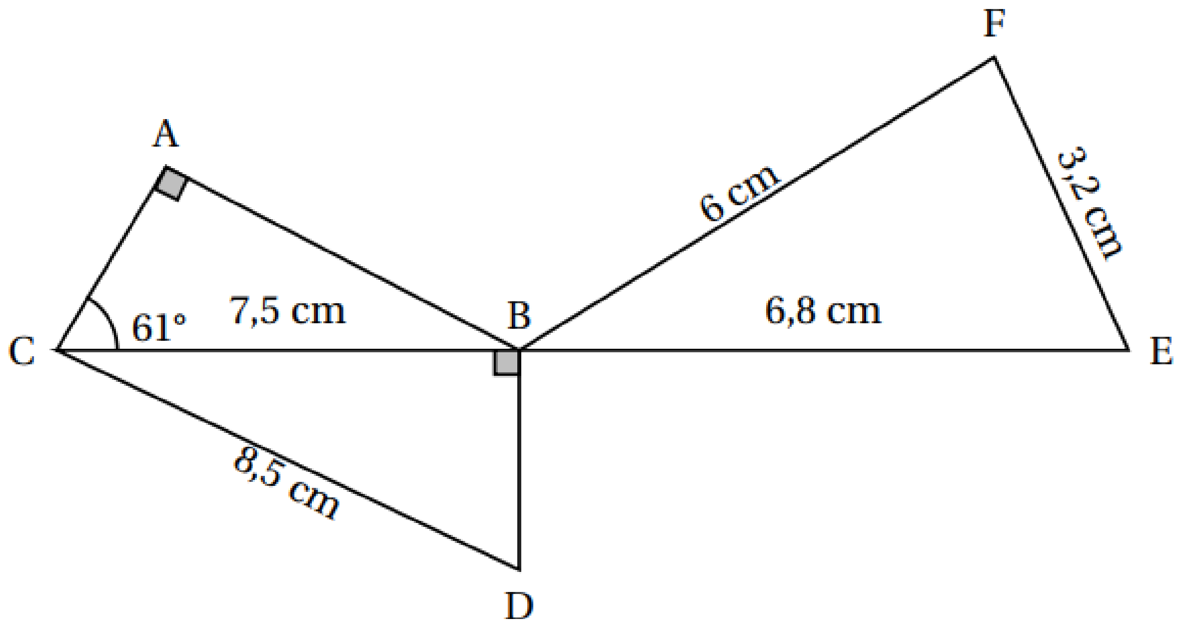
<u>EXERCICE 4</u> : 14 Points

Dans la figure ci-dessous :

Les points C, B et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A.

Le triangle BDC est rectangle en B.



<u>Question 1</u> : Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.

Réponse : Le triangle CBD est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, nous pouvons écrire :

$$CD^2 = DB^2 + CB^2$$

$$DB^2 = CD^2 - CB^2 = 8{,}5^2 - 7{,}5^2$$

$$DB^2 = (8{,}5 + 7{,}5)(8{,}5 - 7{,}5) = 16 \times 1 = 16 = 4^2$$

$$BD = 4$$

<u>Question 2</u> : Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.

Réponse : Deux triangles semblables ont les mesures de leurs côtés proportionnelles.

$$\frac{6}{7{,}5} = 0{,}8, \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8 \; et \frac{6{,}8}{8{,}5} = 0{,}8$$

Par conséquent les triangles CBD et BFE sont semblables.

<u>Question 3</u> : Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit.

A-t-elle raison ?

Réponse : Si le triangle BFE est rectangle en F, alors nous pouvons écrire : $BE^2 = BF^2 + FE^2$

$$BE^2 = 6{,}8^2 = 46{,}24$$

$$BF^2 = 6^2 = 36$$

$$FE = 3{,}2^2 = 10{,}24$$

$$BE^2 = BF^2 + FE^2 = 36 + 10{,}24 = 46{,}24$$

Sophie a raison.

Question 4 : Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit.

A-t-il raison ?

Réponse :

$$\cos \widehat{DCB} = \frac{CB}{CD} = \frac{7{,}5}{8{,}5} = \cos 0{,}8823 \approx 28°$$

$$\widehat{ACD} = 28 + 61 = 89 \neq 0$$

L'angle $\widehat{ACD}$ n'est pas un angle droit.

EXERCICE 5 : 16 Points

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

Question 1 Vérifier que si on choisit le nombre -1, ce programme donne 8 comme résultat final.

Réponse : Soit x le nombre choisi.

Résultat = $(4 \times x + 8) \times 2$

Si x = -1, le résultat est alors : (4 × -1 + 8) × 2 = 4 × 2 = 8

<u>Question 2</u> Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ?

Réponse : $(4 \times x + 8) \times 2 = 30$

$$8x + 16 = 30$$

$$8x = 14$$

$$x = \frac{14}{8} = 3{,}75$$

Dans la suite de l'exercice, on nomme *x* le nombre choisi au départ.

<u>Question 3</u> L'expression $A = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre *x* donné.

On pose $B = (4 + x)^2 - x^2$

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de *x*

Réponse : $B = (4 + x)^2 - x^2 = (4 + x - x)(4 + x + x) = 4 \times (4 + 2x)$

$$B = 16 + 8x \; et \; A = 8x + 16$$

Question 4 Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x.

Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Réponse : $16 + 8x > 0 \; si \; 8x > -16 \; soit \; x > -2$

Affirmation 1 est fausse. Le résultat n'est positif que si x > -2

$$16 + 8x = 8(2 + x)$$

Affirmation 2 est juste car quelque soit la valeur de x les résultats sont multiples de 8.

EXERCICE 6 : 16 Points

Voir correction spécifique

EXERCICE 7 : 17 Points

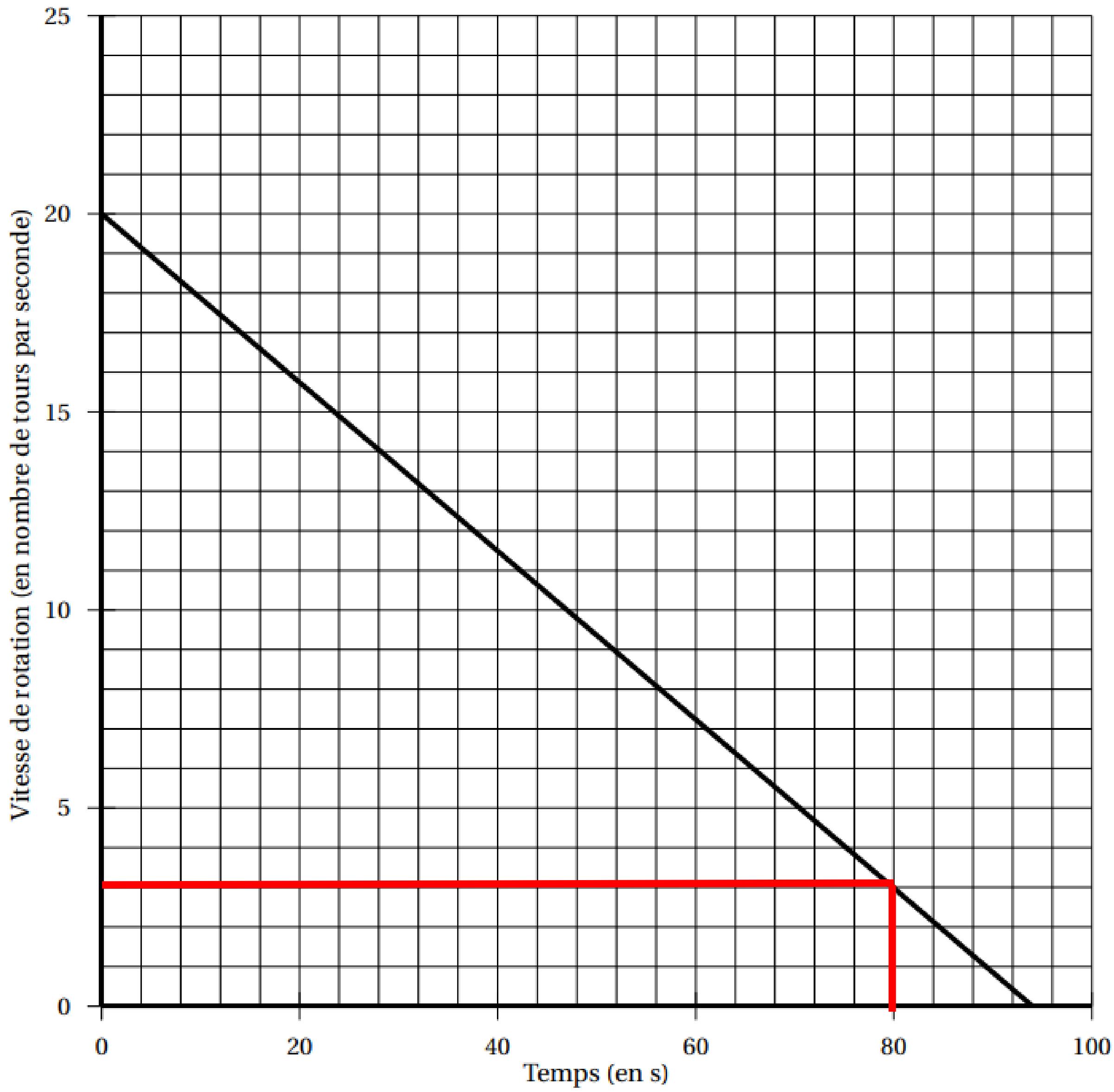
Le « hand-spinner » est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.

On donne au « hand-spinner » une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du « hand-spinner ».

Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



<u>Question 1</u>. Le temps et la vitesse de rotation du « hand-spinner » sont-ils proportionnels? Justifier.

Réponse : La représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine, donc le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnels.

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

Question 2 a. Quelle est la vitesse de rotation initiale du « hand-spinner »(en nombre de tours par seconde)?

Réponse : 20 tours par seconde

Question 2b. Quelle est la vitesse de rotation du « hand-spinner » (en nombre de tours par seconde) au bout d'une minute et vingt secondes?

Réponse : 3 tours par secondes

Question 2c. Au bout de combien de temps, le « hand-spinner » va-t-il s'arrêter?

Réponse : 93 secondes

<u>Question 3</u>. Pour calculer la vitesse de rotation du « hand-spinner » en fonction du temps t, notée V (t), on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + V_{initiale}$$

- t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du « hand-spinner »
- $V_{initiale}$ est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le « hand-spinner » au départ.

a. On lance le « hand-spinner » à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + 20$$

Calculer sa vitesse de rotation au bous de 30s

Réponse :

$$V(t) = -0{,}214 \times 30 + 20 = 13{,}58\ tours/s$$

b. Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter? Justifier par un calcul.

Réponse : Le hand-spinner s'arrête lorsque sa vitesse est égale à 0

$$0 = -0{,}214 \times t + 20$$

$$t = \frac{20}{0{,}214} \approx 93{,}46\ s$$

c. Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps? Justifier.

Réponse : On calcule letemps nécessairepour que lehand-spinner s'arrêtelorsque la vitesse initiale est de 40 tours/s.

$$0 = -0{,}214 \times t + 40$$

$$t = \frac{40}{0{,}214} = 2 \times \left(\frac{20}{0{,}214}\right)$$