

Brevet des collèges

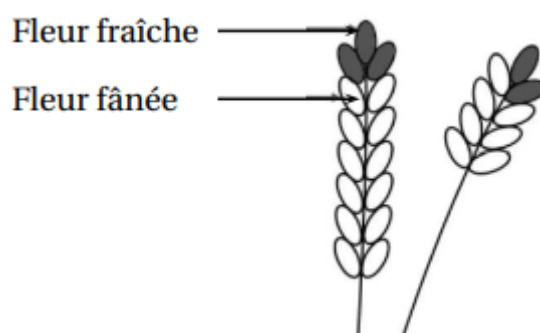
Centres étrangers juin 2018

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1: 14 Points

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.



Question 1 : La récolte de la lavande débute lorsque les trois quarts des fleurs au moins sont fanées. Le producteur a cueilli un échantillon de lavande représenté par le dessin ci-dessus.

Affirmation 1 : la récolte peut commencer.

Réponse : La proportion de fleurs fanées est de $19 / 24 > 0,75$

La récolte peut donc commencer. Affirmation 1 vraie

Question 2 : En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet :

$1\text{ko} = 10^3\text{octets}$, $1\text{Mo} = 10^6\text{octets}$, $1\text{Go} = 10^9\text{octets}$.

Contenu du disque dur externe :

- 1000 photos de 900 ko chacune
- 65 vidéos de 700 Mo chacune

Capacité de l'ordinateur : 250 Go



Affirmation 2 : le transfert de la totalité du contenu du disque dur externe vers l'ordinateur n'est pas possible.

Réponse : Poids des photos = $1000 \times 900 = 900\,000\text{ko} = 0,9\text{ Go}$

Poids des vidéos = $65 \times 700\,000\text{ko} = 45\,500\,000\text{ko} = 45,5\text{ Go}$

Total du contenu du disque externe = $45,5 + 0,9 = 46,4\text{ Go}$

Espace libre sur le disque de l'ordinateur = 50 Go

L'affirmation 2 est fausse. Il y a suffisamment de place sur le disque de l'ordinateur pour pouvoir y transférer les photos et les vidéos.

Question 3 : On considère le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre

Ajouter 5

Multiplier le résultat obtenu par 2

Soustraire 9

Affirmation 3 : ce programme donne pour résultat la somme de 1 et du double du nombre choisi.

Réponse : Soit x le nombre choisi

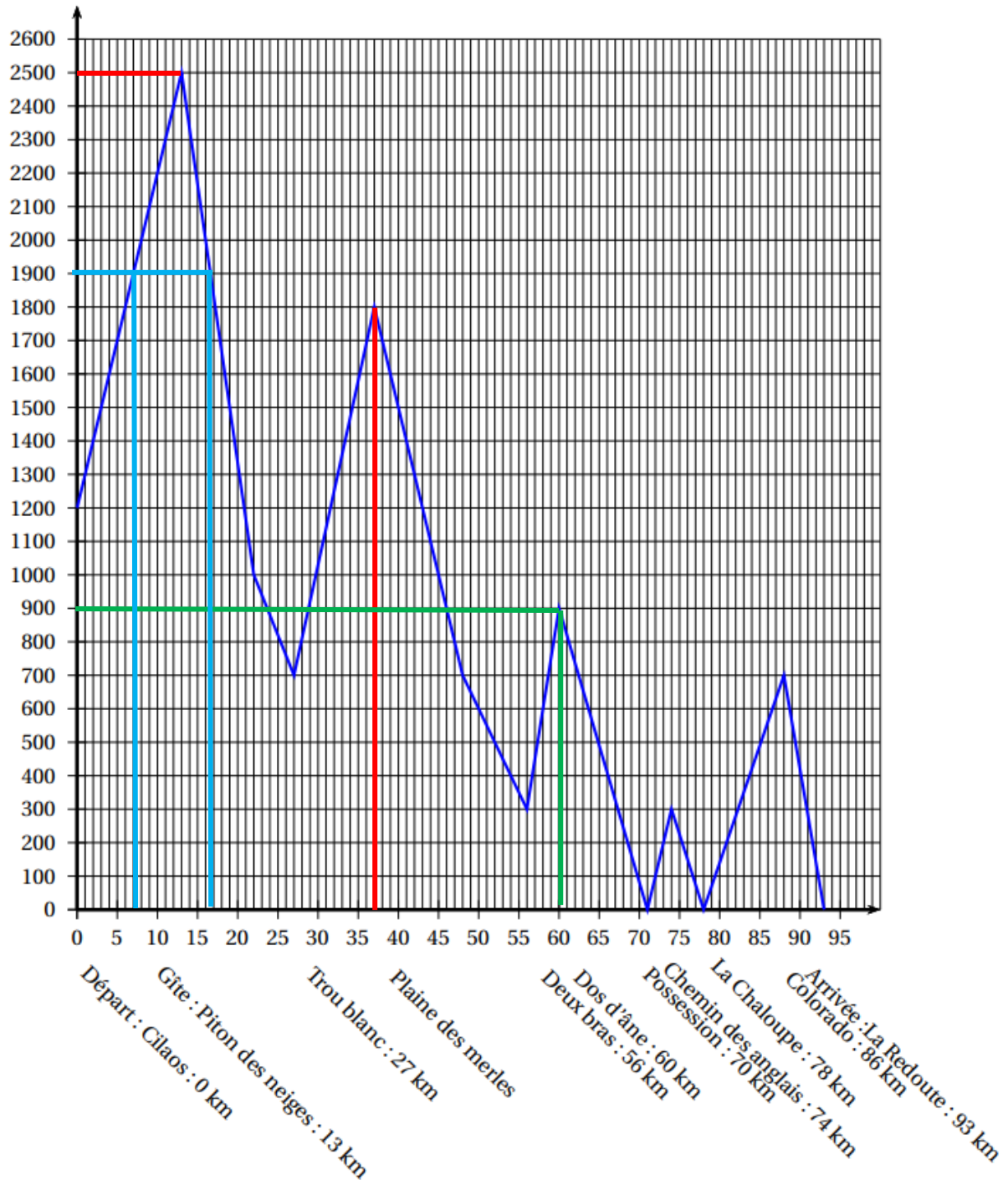
Ajouter 5 : $x + 5$

Multiplier le résultat obtenu par 2 : $2 \times (x + 5) = 2x + 10$

Soustraire 9 : $2x + 10 - 9 = 2x + 1$

L'affirmation 3 est vraie.

EXERCICE 2 : 16 Points



Ce graphique représente le profil d'une course à pied qui se déroule sur l'île de la Réunion.

Ce graphique exprime l'altitude en fonction de la distance parcourue par les coureurs.

Aucune justification n'est attendue pour les questions 1 à 4.

Question 1 : Quelle est la distance parcourue par un coureur, en kilomètres, lorsqu'il arrive au sommet de la plaine de 5 merles?

Réponse : 37 km

Question 2 : Quelle est l'altitude atteinte, en mètres, au gîte du Piton des neiges?

Réponse : 2500 m

Question 3 : Quel est le nom du sommet situé à 900 mètres d'altitude?

Réponse : Le dos d'âne

Question 4 : À quelle(s) distance(s) du départ un coureur atteindra-t-il 1900 m d'altitude?

Réponse : 7 km et 17 km

Question 5 : Le dénivelé positif se calcule uniquement dans les montées ; pour chaque montée, il est égal à la différence entre l'altitude la plus haute et l'altitude la plus basse.

a. Calculer le dénivelé positif entre Cilaos et le gîte du Piton des neiges.

Réponse : $2500 - 1200 = 1300$ m

b. Montrer que le dénivelé positif total de cette course est 4 000 m.

Réponse :

$$(2500 - 1200) + (1800 - 700) + (900 - 300) + 300 + 700 = 4000\text{m}$$

Question 6 : Maëlle a effectué sa course à une vitesse moyenne de 7 km/h et Line a mis 13 h 20 min pour passer la ligne d'arrivée.

Laquelle de ces deux sportives est arrivée en premier?

Réponse : La course est de 93 km

Maëlle a mis

$$\frac{93}{7} \approx 13,29h \text{ soit environ } 13h \ 17 \text{ min}$$

Maëlle est arrivée avant Line.

EXERCICE 3 : 16 Points

Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs.

Pour cela, il dispose de :

- deux cadrans : un rouge et un jaune ;
- quatre bracelets : un rouge, un jaune, un vert et un noir.

Question 1 : Combien y a-t-il d'assemblages possibles?

Réponse : Il y a 8 assemblages possibles

Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

Question 2 : Déterminer la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.

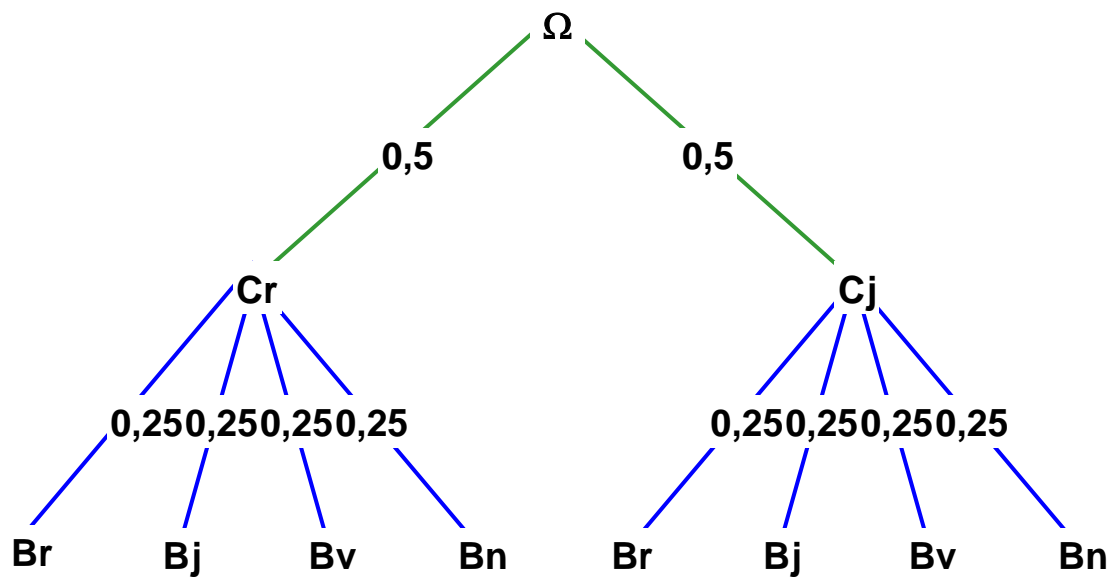
Réponse :

$$Probabilité (montre toute rouge) = \frac{1}{8}$$

Traçons un arbre de probabilités où C = cadran, B = bracelet, r = rouge,

j = jaune, v = vert et n = noir

Code branche	Évènement	Probabilité
1	Cr	0,5
11	Br	0,25
12	Bj	0,25
13	Bv	0,25
14	Bn	0,25
2	Cj	0,5
21	Br	0,25
22	Bj	0,25
23	Bv	0,25
24	Bn	0,25



La probabilité d'avoir un cadran rouge et un bracelet rouge est :

$$0,5 \times 0,25 = 0,125 \text{ soit } \frac{1}{8}$$

Question 3 : Déterminer la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.

Réponse :

On veut obtenir soit une montre toute rouge, soit une montre toute jaune.

$$\text{probabilité (montre d'une seule couleur)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Question 4 : Déterminer la probabilité d'obtenir une montre de deux couleurs.

Réponse :

$$\text{probabilité (montre de deux couleurs)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

EXERCICE 4 : 18 Points

Chaque été, Jean exploite son marais salant sur l'île de Ré, situé dans l'océan Atlantique, près de La Rochelle.



Son marais se compose de carreaux (carrés de 4 m de côté) dans lesquels se récolte le sel.

Partie A. Le gros sel

Chaque jour, il récolte du gros sel sur 25 carreaux.

Le premier jour, afin de prévoir sa production, il relève la masse en kilogramme de chaque tas de gros sel produit par carreau.

Voici la série statistique obtenue :

34 ; 39 ; 31 ; 45 ; 40 ; 32 ; 36 ; 45 ; 42 ; 34 ; 30 ; 48 ; 43 ; 32 ; 39 ; 40 ;
42 ; 38 ; 46 ; 31 ; 38 ; 43 ; 37 ; 47 ; 33

Question 1 : Calculer l'étendue de cette série statistique.

Réponse : Il faut rechercher la plus petite et la plus grande des valeurs de cette série. $E_{\text{endue}} = 48 - 30 = 18$

Question 2 : Déterminer la médiane de cette série statistique et interpréter le résultat.

Réponse : La série comporte 25 données

30 – 31 – 31 – 32 – 32 – 33 – 34 – 36 – 37 – 38 – 38 – 39 – 39 – 40 – 40
– 42 – 42 – 43 – 43 – 45 – 45 – 46 – 47 – 48

$25 \div 2 = 12,5$.

La médiane est donc la treizième donnée dans la série rangé par ordre croissant. Médiane = 39

La moitié des carrés produit au moins 39 kg de gros sel.

Question 3 : Calculer la masse moyenne en kg des tas de gros sel pour ce premier jour.

Réponse :

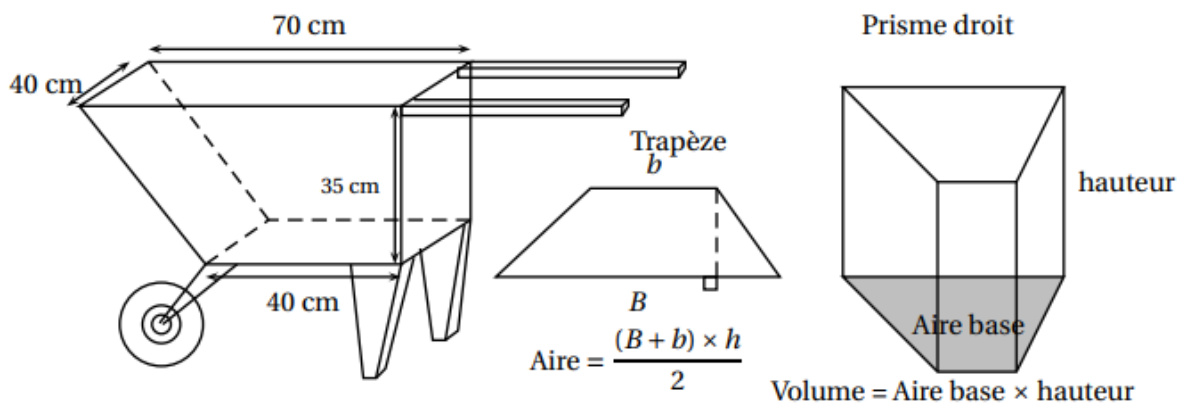
$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme totale}}{25} = \frac{965}{25} = 38,6 \text{ kg}$$

Partie B. La fleur de sel

La fleur de sel est la mince couche de cristaux blancs qui se forme et affleure la surface des marais salants.

Chaque soir, Jean cueille la fleur de sel à la surface des carreaux.

Pour transporter sa récolte, il utilise une brouette comme sur le schéma ci-dessous.



$$\text{Aire d'un trapèze} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$\text{Volume} = \text{Aire base} \times \text{hauteur}$$

Question 1 : Montrer que cette brouette a un volume de 77 litres

Réponse :

$$V = \frac{(40 + 70) \times 35}{2} \times 40 = 77000 \text{ cm}^3 = 77 \text{ dm}^3 = 77 \text{ l}$$

Question 2 : Sachant que 1 litre de fleur de sel pèse 900 grammes, calculer la masse en kg du contenu d'une brouette remplie de fleur de sel.

Réponse :

$$77 \times 900 = 69300 \text{ g} = 69,3 \text{ kg}$$

EXERCICE 5 : 18 Points

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés. Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	Abonnement annuel
Tarif A (en €)	0,0609	202,43
Tarif B (en €)	0,0574	258,39

En 2016, la famille de Romane a consommé 17 500 kWh. Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1 268,18 €

Question 1 Quel est le tarif souscrit par cette famille?

Réponse : Tarif A : $202,43 + 0,0609 \times 17500 = 1268,18 \text{ €}$

La famille est abonnée au tarif A.

Question 2 : Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, mettre un couvercle sur la casserole d'eau pour la porter à ébullition, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20 % par rapport à celle de 2016.

a. Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.

Réponse : Nombre de kWh consommés en 2017 :

$$17500 \times \frac{80}{100} = 14\,000$$

b. Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017?

Réponse : Montant à payer en 2017 :

$$202,43 + 0,0609 \times 14\,000 = 1055,03 \text{ €}$$

$$1268,18 - 1055,03 = 213,14 \text{ €}$$

Question 3 : On souhaite déterminer la consommation maximale assurant que le tarif A est le plus avantageux.

Pour cela :

- on note x le nombre de kWh consommés sur l'année.
- on modélise les tarifs A et B respectivement par les fonctions f et g

$$f(x) = 0,0609x + 202,43 \text{ et } g(x) = 0,0574x + 258,39$$

a. Quelles sont la nature et la représentation graphique de ces fonctions?

Réponse : ce sont des fonctions affines, leurs représentations graphiques sont des droites.

b. Résoudre l'inéquation : $f(x) < g(x)$.

Réponse :

$$0,0609x + 202,43 < 0,0574x + 258,39$$

$$0,0609x - 0,0574x < 258,39 - 202,43$$

$$0,0035x < 55,96$$

$$x < \frac{55,96}{0,0035} \approx 15988,6$$

c. En déduire une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est le plus avantageux.

Réponse : Le tarif A est le plus avantageux jusqu'à une consommation maximale d'environ 15 989 kWh

EXERCICE 6 : 18 points

Voir correction spécifique