Brevet des collèges : Polynésie 2019

Exercice 1 : 12 points

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question des réponses sont proposées, une seule est exacte. Sur la copie, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse.

Pour la question 4, une justification est attendue.

Question 1 : La décomposition en produit de facteurs premiers de 24 est

$24 = 8 \times 3 = 2^3 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

Réponse : A

Question 2 : Lequel de ces nombres est premier ?

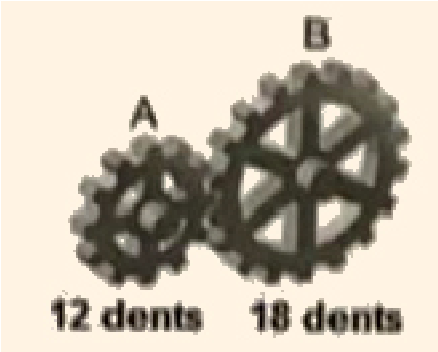
A : 2 255 est multiple de 5. Il n'est pas premier.

B : 8 191

C : 7 113 La somme $7 + 1 + 1 + 3$ est un multiple de 3, donc 7 113 est multiple de 3. Il n'est pas premier.

Réponse : B

Question 3 : La roue B (18 dents) fait 2 tours, combien de tours fait la roue A (12 dents) ?



A : 3 tours

B : 4 tours

C : 5 tours

Réponse : Les deux roues seront à nouveau en contact au même point qu'au départ quand les deux roues auront fait un nombre entier de tours.

Les multiples de 12 sont : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; . . .

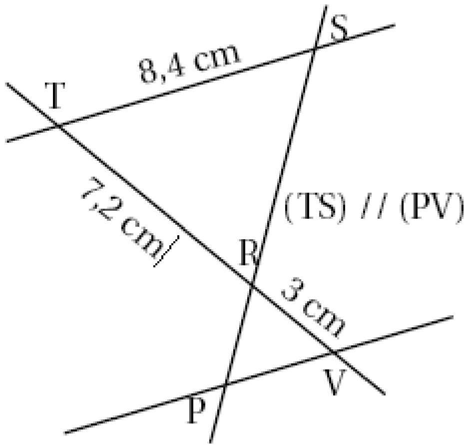
Les multiples de 18 sont : 18 ; 36 ; 54 ; . . .

On a donc $2 \times 18 = 3 \times 12$.

Quand la roue B fait 2 tours, la roue A en fait 3.

Réponse : A

Question 4 : Pour cette question une justification est attendue.



A: PV = 3 cm

B: PV = 20,16 cm

C: PV = 3,5 cm

Réponse :

Les droites (TS) et (PV) étant parallèles, on a une configuration de Thalès.

On a donc :

$$\frac{RV}{RT} = \frac{PV}{ST}$$

$$\frac{3}{7{,}2} = \frac{PV}{8{,}4}$$

$$PV = \frac{3}{7,2} \times 8,4 = \frac{25,2}{8,4} = 3\ cm$$

Réponse : A

<u>Exercice 2 : 20 points</u>

1. On a utilisé une feuille de calcul pour obtenir les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f.

   Voici une copie de l'écran obtenu :

B2		=3*B1−4						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	−2	−1	0	1	2	3	4
2	$f(x)$	−10	−7	−4	−1	2	5	8

a. Quelle est l'image de −1 par la fonction f ?

Réponse : L'image de -1 par la fonction f est $f(-1) = -7$

b. Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f ?

Réponse : L'antécédent de 5 par la fonction f est 3.

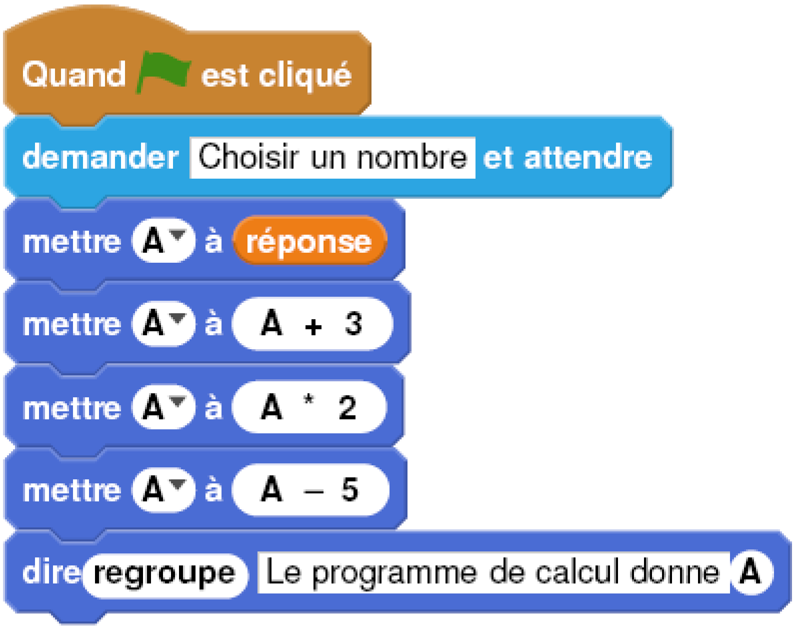
c. Donner l'expression de f (x).

Réponse : on a $f(x) = 3x - 4$

d. Calculer f (10).

Réponse : $f(10) = 3 \times (-10) - 4 = -30 - 4 = -34$

2. On donne le programme suivant qui traduit un programme de calcul.



a. Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3 à ce nombre.
- Multiplier ce nombre par 2
- Retrancher 5 de ce nombre

b. Si on choisit le nombre 8 au départ, quel sera le résultat ?

Réponse : En appliquant ce programme à 8 on a : 8 → 11→ 22 → 19

c. Si on choisit x comme nombre de départ, montrer que le résultat obtenu avec ce programme de calcul sera $2x + 1$.

Réponse : En appliquant ce programme à x on a :

$$x \to x+3 \to 2(x+3) \to 2(x+3)-5$$

Or $2(x+3)-5 = 2x+6-5 = 2x+1$

d. Quel nombre doit-on choisir au départ pour obtenir 6 ?

Réponse : Il faut trouver x tel que $2x+1=6$

$$2x = 5$$

$$x = 2{,}5$$

3. Quel nombre faudrait-il choisir pour que la fonction f et le programme de calcul donnent le même résultat ?

Réponse : Il faut trouver x tel que :

$$3x-4 = 2x+1$$

$$3x-2x = 1+4$$

$$x = 5$$

$f(x) = 11$ si $x = 5$.

Par le programme on trouve : $5 \to 5+3 \to 2 \times 8 \to 16-5 \to 11$

Exercice 3 : 15 points

Sam préfère les bonbons bleus.

Dans son paquet de 500 bonbons, 150 sont bleus, les autres sont rouges, jaunes ou verts.

1. Quelle est la probabilité qu'il pioche au hasard un bonbon bleu dans son paquet ?

Réponse :

$$\frac{150}{500} = \frac{15}{50} = \frac{30}{100} = 30\%$$

2. 20% des bonbons de ce paquet sont rouges. Combien y a-t-il de bonbons rouges ?

Réponse :

20 bonbons sur 500 représentent

$$500 \times \frac{20}{100} = 5 \times 20 = 100\ bonbons\ rouges$$

3. Sachant qu'il y a 130 bonbons verts dons ce paquet, Sam a-t-il plus de chance de piocher au hasard un bonbon vert ou un bonbon jaune ?

Réponse : Sur 500 bonbons, il y en a 150 bleus, 100 rouges et 130 verts.

Il reste donc 500 – (150 + 100 +130) = 500 – 380 = 120 bonbons jaunes.

Il y a donc plus de chance de tirer un bonbon vert qu'un bonbon jaune.

4. Aïcha avait acheté le même paquet il y a quinze jours, il ne lui reste que 140 bonbons bleus, 100 jaunes, 60 rouges et 100 verts.

   Elle dit à Sam : « Tu devrais piocher dans mon paquet plutôt que dans le tien, tu aurais plus de chance d'obtenir un bleu ».

   A-t-elle raison ?

Réponse : La probabilité de tirer un bonbon bleu dans le sachet d'Aïcha est égale à :

$$\frac{140}{140+100+60+100} = \frac{140}{400} = \frac{4 \times 35}{4 \times 100} = \frac{35}{100} = 0{,}35$$

Or on a vu à la première question qu'il y avait une probabilité égale à 0,30 de tirer un bonbon bleu dans le paquet de Sam.

0,35 > 0,30 : Aïcha a donc raison.

Exercice 4 : 12 points

La pyramide du Louvre à Paris est une pyramide à base carrée de côté 35,4 m et de hauteur 21,6 m.

C'est une réduction de la pyramide de Khéops en Égypte, qui mesure environ 230,5 m de côté.

Rappel :

$$Volume\ d'une\ pyramise = \frac{Aire\ de\ la\ base \times Hauteur}{3}$$

1. Montrer que la hauteur de la pyramide de Khéops est d'environ 140,6 m.

Réponse : Si H est la hauteur de la pyramide de Khéops, les dimensions de la réduction et de la pyramide de Khéops sont proportionnelles, donc :

$$\frac{230{,}5}{35{,}4} = \frac{H}{21{,}6}$$

$$H = 21{,}6 \times \frac{230{,}5}{35{,}4} \approx 140{,}644 \; soit\ au\ dixième\ près\ 140{,}6\ m$$

2. Calculer le volume en m^3 de la pyramide du Louvre. (Arrondir à l'unité)

Réponse : La base est un carré de côté 35,4, donc son aire est 35,4^2.

Le volume de la pyramide du Louvre est donc

$$V_L = \frac{35{,}4^2 \times 21{,}6}{3} = 35{,}4^2 \times 7{,}2 = 9022{,}75\ m^3 \text{à } 1\ près$$

3. Par quel nombre peut-on multiplier le volume de la pyramide du Louvre pour obtenir celui de la pyramide de Khéops ? (Arrondir à l'unité)

Réponse : Le rapport des longueurs de la pyramide de Kéops par rapport à la pyramide du Louvre est égal à

$$\frac{230{,}5}{35{,}4}$$

Le rapport des volumes est donc égal à

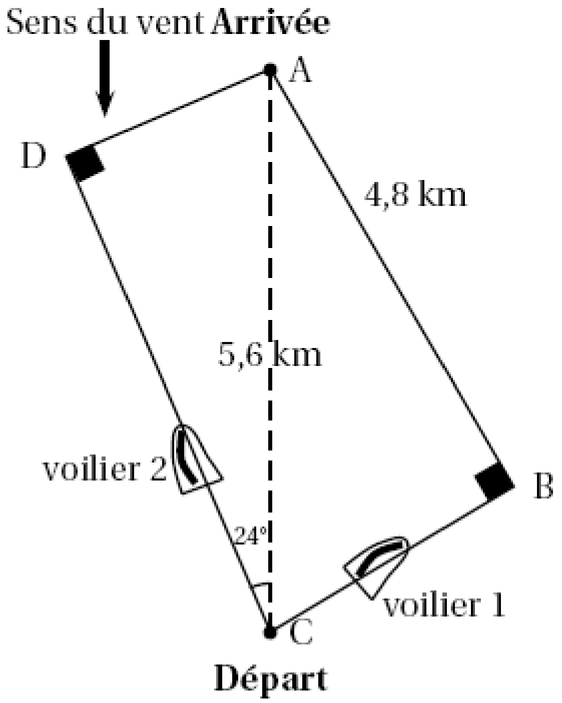
$$\left(\frac{230{,}5}{35{,}4}\right)^3 \approx 276{,}06\ soit\ 276 \text{ à } l'unité\ près.$$

Exercice 5 : 14 points

Lorsqu’un voilier est face au vent, il ne peut pas avancer.

Si la destination choisie nécessite de prendre une direction face au vent, le voilier devra progresser en faisant des zigzags.

Comparer les trajectoires de ces deux voiliers en calculant la distance, en kilomètres et arrondie au dixième que chacun a parcourue.



La figure n’est pas à l’échelle

Réponse : **Distance parcourue par le voilier 1 : CB + BA**

Dans le triangle rectangle ABC, la relation de Pythagore permet d’écrire :

$$CB^2 + BA^2 = AC^2$$

$$CB^2 = AC^2 - BA^2 = 5{,}6^2 - 4{,}8^2 = 8{,}32$$

$$CB = \sqrt{8{,}32} \approx 2{,}884$$

Le voilier 1 a parcouru $CB + BA \approx 4{,}8 + 2{,}884 \text{ soit } 7{,}684 \text{ km}$

Distance parcourue par le voilier 2 : CD + DA

Dans le triangle rectangle ADC, rectangle en D, on a :

$$\cos \widehat{ACD} = \frac{CD}{CA}$$

$$\cos 24 = \frac{CD}{5{,}6}$$

$$CD = 5{,}6 \times \cos 24 \approx 5{,}116 \text{ km}$$

De même

$$\sin 24 = \frac{AD}{5{,}6}$$

$$AD = 5{,}6 \times \sin 24 \approx 2{,}278 \text{ km}$$

Le voilier 2 a parcouru $CD + DA \approx 5{,}116 + 2{,}278 \text{ soit } 7{,}394 \text{ km}$

Exercice 6 : 12 points

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats de la finale du 200 m hommes des Jeux Olympiques de Rio de Janeiro en 2016, remporté par Usain Bolt en 19,78 secondes.

Rang	Athlète	Nation	Performance en secondes
1	U. Bolt	Jamaïque	19,78
2	A. De Grasse	Canada	20,02
3	B. Le maître	France	20,12
4	A. Gemili	Grande-Bretagne	20,12
5	B. Martina	Hollande	20,13
6	L. Merritt	USA	20,19
7	A. Edward	Panama	20,23
8	R. Guliyev	Turquie	20,43

1. Calculer la vitesse moyenne en m/s de l'athlète le plus rapide. Arrondir au centième.

Réponse :

La vitesse est égale au quotient de la distance par le temps, soit :

$$v = \frac{200}{19{,}78} \approx 10{,}11 m\ par\ s$$

$$v = (200 \times 3600)/19{,}78\ )\ m\ par\ h$$

$$v\ \approx 36\ 400{,}4\ m\ par\ h\ ou\ 36{,}4\ km\ par\ h$$

2. Calculer la moyenne des performances des athlètes. Arrondir au centième.

Réponse : Le temps moyen est égal à :

$$\frac{19{,}78 + 20{,}02 + 20{,}12 + 20{,}12 + 20{,}13 + 20{,}19 + 20{,}23 + 20{,}43}{8} \approx 20{,}127$$

Soit 20,13 m par s au centième près.

3. En 1964 à Tokyo, la moyenne des performances des athlètes sur le 200 m hommes était de 20,68 s et l'étendue était de 0,6 s. En comparant ces résultats à ceux de 2016, qu'observe-t-on?

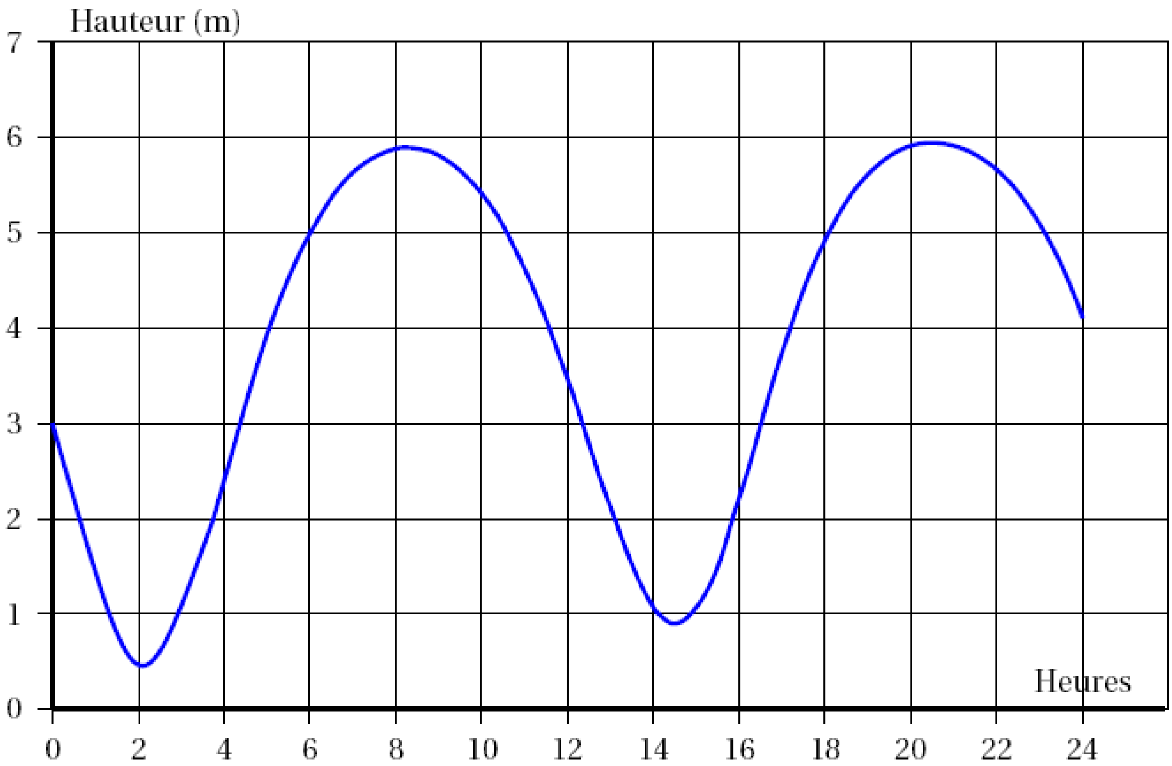
Réponse : En 2016 la moyenne était de 20,13 m/s et l'étendue

20,43 – 19,78 = 0,65 s.

Donc l'étendue est à peu près la même mais le temps moyen a baissé.

Exercice 7 : 15 points

Le graphique ci-dessous donne les hauteurs d'eau au port de La Rochelle le mercredi 15 août 2018.



1. Quel a été le plus haut niveau d'eau dans le port ?

Réponse : Le plus haut niveau a été pratiquement de 6mvers 20h 30.

2. À quelles heures approximativement la hauteur d'eau a-t-elle été de 5 m ?

Réponse : La hauteur a été égale à 5 m vers 6h, 10 h 30, 18 h et 23 h.

3. En utilisant les données du tableau ci-dessous, calculer :

	Heure	Hauteur (en m)
Marée haute	8h 16	5,89
Marée basse	14h 30	0,90

a. Le temps qui s'est écoulé entre la marée haute et la marée basse.

Réponse : 6h 14

b. La différence de hauteur d'eau entre la marée haute et la marée basse.

Réponse : 4,99 m

4. À l'aide des deux documents suivants, comment qualifier la marée du 15 août 2018 entre 8 h 16 et 14 h 30 à la Rochelle ?

Document 1 :

Le coefficient de marée peut être calculé de la façon suivante à La Rochelle :

$$C = \frac{H_h - H_b}{5{,}34} \times 100$$

• H_h : hauteur d'eau à marée haute.

• H_b : hauteur d'eau à marée basse.

Document 2 :

Le coefficient de marée prend une valeur comprise entre 20 et 120.

• Une marée de coefficient supérieur à 70 est qualifiée de marée de vives-eaux.

• Une marée de coefficient inférieur à 70 est qualifiée de marée de mortes-eaux.

Réponse : Coefficient de la marée

$$C = \frac{H_h - H_b}{5{,}34} \times 100 = \frac{5{,}89 - 0{,}99}{5{,}34} \times 100 = \frac{4{,}99}{5{,}34} \times 100 \approx 93{,}44$$

Il s'agit d'une marée de vives eaux.