Brevet des collèges Polynésie
10 septembre 2015

Exercice 1 : 6 points

1. Voici un programme de calcul :

Programme A
• Choisir un nombre.
• Ajouter 3.
• Calculer le carré du résultat obtenu.
• Soustraire le carré du nombre de départ.

a. Eugénie choisit 4 comme nombre de départ. Vérifier qu'elle obtient 33 comme résultat du programme.

Réponse : On obtient successivement

4 ;

$4 + 3 = 7$;

$7^2 = 49$;

$49 - 4^2 = 49 - 16 = 33$

b. Elle choisit ensuite −5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-elle?

Réponse :

-5 ;

$-5 + 3 = -2$;

$(-2)^2 = 4$;

$4 - (-5)^2 = 4 - 25 = -21$

2. Voici un deuxième programme de calcul :

Programme B
• Choisir un nombre. • Multiplier par 6. • Ajouter 9 au résultat obtenu.

Clément affirme : « Si on choisit n'importe quel nombre et qu'on lui applique les deux programmes, on obtient le même résultat. » Prouver que Clément a raison.

Réponse :

Premier programme : si x est le nombre choisi au départ, on obtient successivement :

x ;

$x + 3$;

$(x + 3)^2$;

$(x + 3)^2 - x^2$

Deuxième programme : si x est le nombre choisi au départ, on obtient successivement :

x ;

$6x$;

$6x + 9$

Or

$(x + 3)^2 - x^2 = (x + 3 + x)(x + 3 - x) = 3(2x + 3) = 6x + 9$

Les deux programmes donnent le même résultat.

3. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat des programmes soit 54 ?

Réponse : Il faut trouver un nombre x tel que

$6x + 9 = 54$

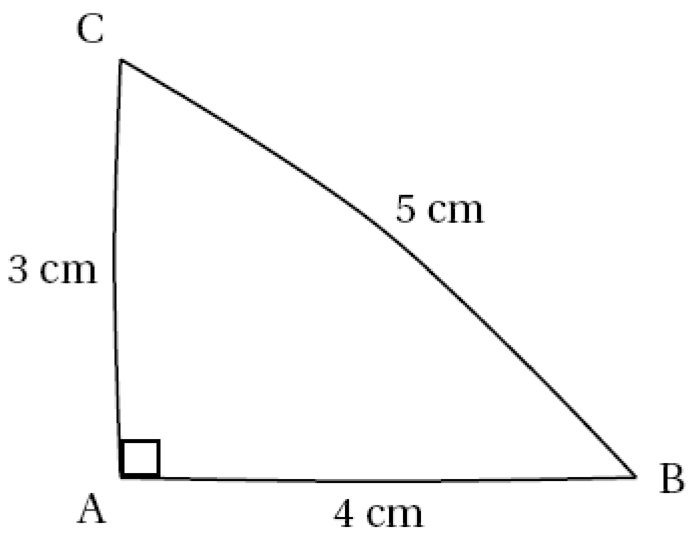
$6x = 45$

$2x = 15$

$x = 7{,}5$.

Exercice 2 : 5 points

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse (on rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées).



Affirmation 1

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure au dixième de degré près 36,9°.

Réponse :

Dans le triangle ABC, rectangle en A, on a

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

La calculatrice donne $\widehat{ABC} \approx$ 36,88 soit au dixième près 36,9°.

L'affirmation est vraie.

Affirmation 2

Le nombre 3 est une solution de l'équation

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

Réponse : en remplaçant x par 3 dans l'équation on obtient :

$$3^2 + 2 \times 3 - 15 = 9 + 6 - 15 = 0$$

L'affirmation est vraie.

Affirmation 3

Prix avant remise : ...€

Soldes −30 %

Nouveau prix

49 €

Le prix avant la remise est de 63,70 €.

Réponse :

Si la solde est de 30% le nouveau prix est égal à 70% de l'ancien prix x.

On a donc :

$$x \times 0{,}7 = 49$$

$$x = \frac{49}{0{,}7} = \frac{490}{7} = 70 \text{ €}$$

L'affirmation est fausse.

Affirmation 4

On a plus de chance de gagner en choisissant l'urne 2.

Règle du jeu :

Deux urnes contiennent des boules indiscernables au toucher. On choisit une des deux urnes et on en extrait une boule au hasard. On gagne si la boule obtenue est rouge.

Urne 1	Urne 2
35 boules rouges et 65 boules blanches	19 boules rouges et 31 boules blanches

Réponse :

Dans l'urne 1, la probabilité de gagner est égale à :

$$\frac{35}{35+65}=\frac{35}{100}=0{,}35$$

Dans l'urne 2, la probabilité de gagner est égale à :

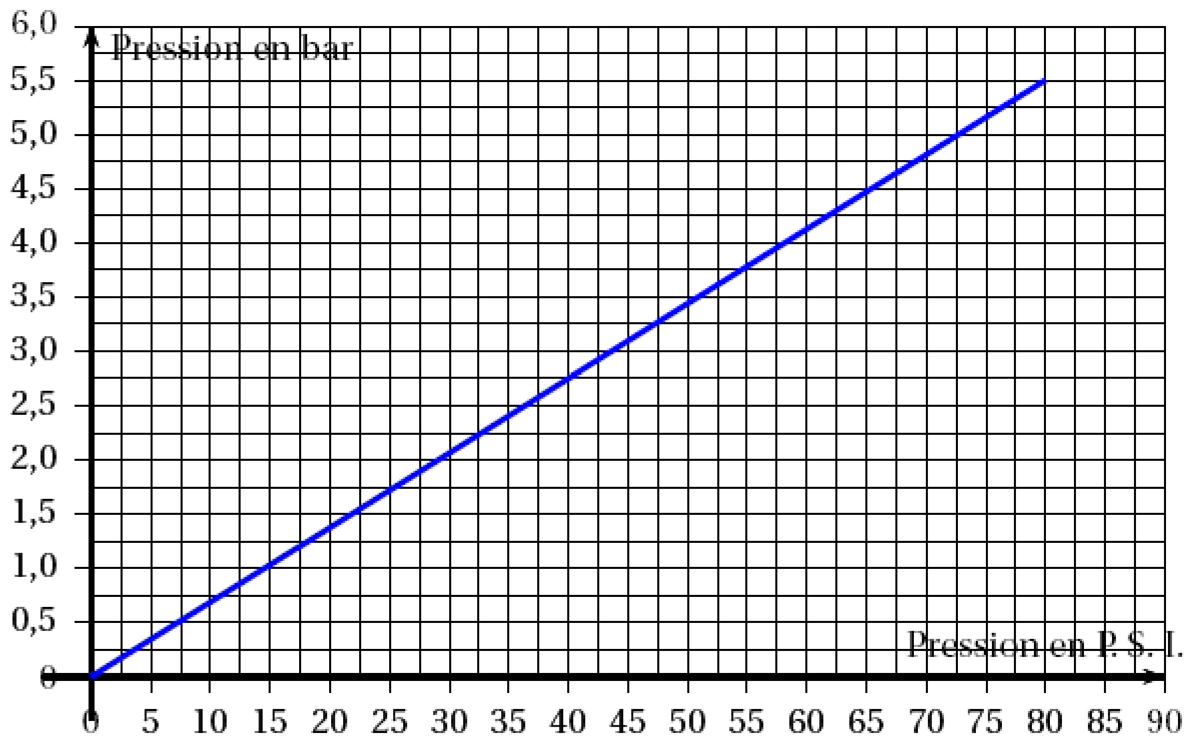
$$\frac{19}{19+31}=\frac{19}{50}=0{,}38$$

L'affirmation est vraie.

Exercice 3 : 3 points

1. Le bar et le P.S.I. (Pound per Square Inch ou livre par pouce carré) sont deux unités utilisées pour mesurer la pression.

Le graphique ci-dessous donne la correspondance entre ces 2 unités.



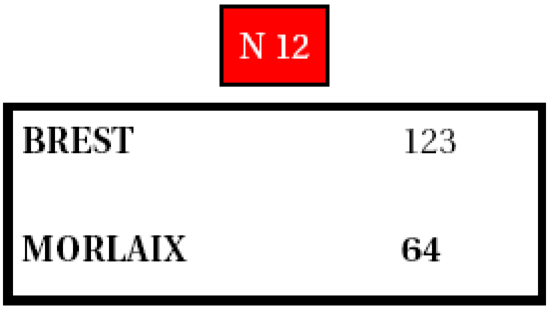
Fichier GeoGebra

Avant de prendre la route, Léa vérifie la pression des pneus de sa voiture. La pression conseillée sur le manuel du véhicule est de 36 P.S.I.

Déterminer à l'aide du graphique la pression conseillée en bar. Aucune justification n'est attendue.

Réponse : La verticale contenant le point d'abscisse 36 coupe la droite en un point d'ordonnée à peu près égale à 2,5 (bar).

2. Léa se rend à Brest en prenant la route N 12 qui passe par Morlaix. Alors qu'elle se trouve à 123 km de Brest, elle voit le panneau-ci-dessous



Dans combien de kilomètres la distance qui la sépare de Morlaix sera la même que celle de Morlaix à Brest ?

Réponse : D'après le panneau la distance de Morlaix à Brest est égale à:

123 − 64 = 59, donc Léa sera à 59 km de Morlaix dans 64 − 59 = 5 (km).

Exercice 4 : 3 points

Chez le fleuriste un bouquet composé de 5 tulipes et 2 roses coûte 13,70 euros.

Une tulipe et une rose valent ensemble 4,30 euros.

Calculer le prix d'une tulipe et le prix d'une rose.

$$\left.\begin{array}{l} T\ T\ T\ T\ T \\ \\ R\ R \end{array}\right\} 13{,}70\ €$$

$$\left.\begin{array}{l} T \\ \\ R \end{array}\right\} 4{,}30\ €$$

Réponse :

Si t est le prix d'une tulipe et r le prix d'une rose, on a donc :

$$\begin{cases} 5T + 2R = 13{,}70 \\ T + R = 4{,}30 \end{cases}$$

On peut en déduire en multipliant chaque membre de la deuxième équation par 5 :

$$\begin{cases} 5T + 2R = 13{,}70 \\ 5T + 5R = 21{,}50 \end{cases}$$

$$3R = 7,80$$

$R = 2,60$ € $T = 4,30 - 2,60 = 1,70$ €

Exercice 5 : 7 points

Laurent s'installe comme éleveur de chèvres pour produire du lait afin de fabriquer des fromages.

PARTIE 1 : La production de lait

Document 1

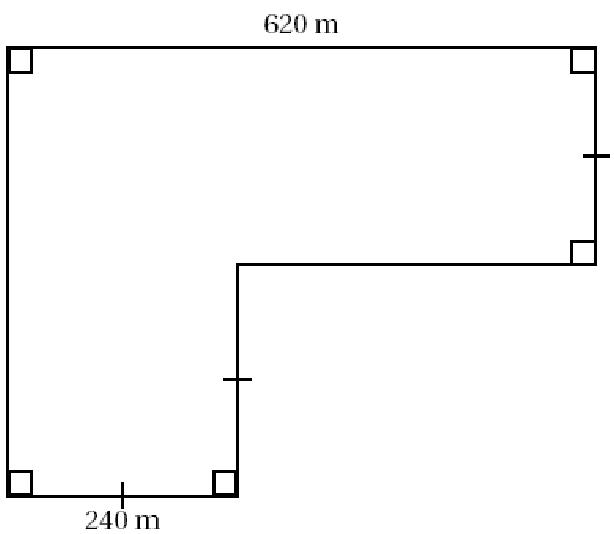
Chèvre de race alpine :

Production de lait : 1,8 litre de lait par jour et par chèvre en moyenne

Pâturage : 12 chèvres maximum par hectare

Document 2

Plan simplifié des surfaces de pâturage.



Document 3

1 hectare = 10 000 m^2

1. Prouver que Laurent peut posséder au maximum 247 chèvres.

Réponse :

1. On peut partager la surface de pâturage en deux rectangles :

l'un de 240 (m) sur $2 \times 240 = 480$ (m) et l'autre de

240 (m) sur $620 - 240 = 380$ (m).

L'aire totale est égale à = $240 \times 480 + 380 \times 240 = 206400$ m^2,

soit 20,64 ha ;

donc on peut y faire paître au maximum :

$20,64 \times 18 = 247,768$, soit un maximum de 247 chèvres.

2. Dans ces conditions, combien de litres de lait peut-il espérer produire par jour en moyenne ?

Réponse : Les 247 chèvres donneront en moyenne par jour :

$247 \times 1,8 = 444,6$ litres de lait.

PARTIE 2 : Le stockage du lait

Laurent veut acheter une cuve cylindrique pour stocker le lait de ses chèvres.

Il a le choix entre 2modèles :

• cuve A : contenance 585 litres

• cuve B : diamètre 100 cm, hauteur 76 cm

Formule du volume du cylindre :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Conversion : 1 dm^3 = 1 L

Il choisit la cuve ayant la plus grande contenance. Laquelle va-t-il acheter ?

Réponse : Volume de la cuve B

$$V_B = \pi \times 5^2 \times 7{,}6 = 190\,\pi \approx 596{,}9$$

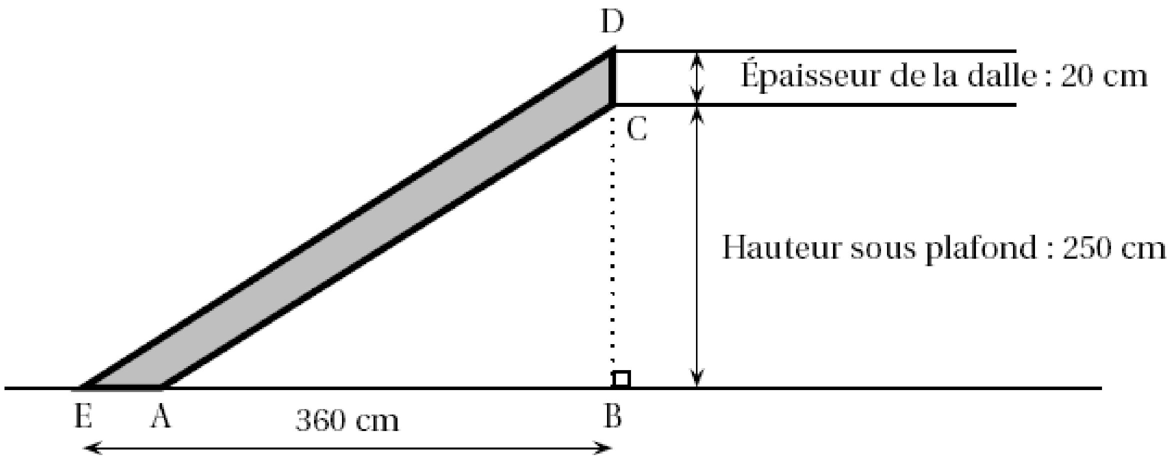
Il va donc acheter une cuve B.

Exercice 6 : 6 points

Germaine souhaite réaliser un escalier pour monter à l'étage de son appartement.

Elle a besoin pour cela de connaître les dimensions du limon (planche dans laquelle viendront se fixer les marches de cet escalier).

Elle réalise le croquis ci-dessous.



Sur ce croquis :

— le limon est représenté par le quadrilatère ACDE.

— les droites (AC) et (ED) sont parallèles.

— les points E, A et B sont alignés.

— les points B, C et D sont alignés.

1. Prouver que ED = 450 cm.

Réponse :

$$BD = BC + CD = 250 + 20 = 270\ (cm).$$

Dans le triangle BDE rectangle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$ED^2 = EB^2 + BD^2 = 202500$$

Donc $ED = \sqrt{202500} = 450\ (cm)$

2. Calculer les deux dimensions AC et AE de cette planche. Arrondir les résultats au centimètre.

Réponse : E, A, C sont alignés dans cet ordre ainsi que D, C, B et les droites (CA) et (ED) sont parallèles ; on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{ED}$$

$$\frac{250}{270} = \frac{AC}{250}$$

$$270AC = 250 \times 450$$

$$AC = \frac{250 \times 9 \times 50}{9 \times 30} = \frac{1250}{3} \approx 416{,}67$$

AC = 417 cm au centimètre près.

Toujours d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BD}$$

$$\frac{BA}{360} = \frac{250}{270}$$

$$270BA = 360 \times 250$$

$$BA = \frac{360 \times 250}{270} = \frac{9 \times 4 \times 10 \times 250}{9 \times 10 \times 3} = \frac{1000}{3} \approx 333{,}33$$

$$AE = 360 - \frac{1000}{3} = \frac{1080 - 1000}{3} = \frac{80}{3} \approx 26{,}67$$

AE = 27 cm au centimètre près.

Exercice 7 : 6 points

La distance d'arrêt est la distance que parcourt un véhicule entre le moment où son conducteur voit un obstacle et le moment où le véhicule s'arrête.

Une formule permettant de calculer la distance d'arrêt est :

$$D = \frac{5}{18} \times V + 0{,}006 \times V^2$$

D est la distance d'arrêt en m

V est la vitesse en km/h

1. Un conducteur roule à 130 km/h sur l'autoroute. Surgit un obstacle à 100 m de lui. Pourra-t-il s'arrêter à temps ?

Réponse :

$$D = \frac{5}{18} \times 130 + 0{,}006 \times 130^2 \approx 137{,}5\ m$$

Le conducteur ne pourra pas s'arrêter à temps.

2. On a utilisé un tableur pour calculer la distance d'arrêt pour quelques vitesses.

Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous. La colonne B est configurée pour afficher les résultats arrondis à l'unité.

	A	B
1	Vitesse en km/h	Distance d'arrêt en m
2	30	14
3	40	21
4	50	29
5	60	38
6	70	49
7	80	61
8	90	74
9	100	88

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule B2 avant de la recopier vers le bas ?

Réponse : = A2 * 5/18 + A2^2 * 0,006

3. On entend fréquemment l'affirmation suivante : « Lorsqu'on va deux fois plus vite, il faut une distance deux fois plus grande pour s'arrêter ». Est-elle exacte ?

Réponse :Non

38 m à la vitesse de 60 km/h est plus du double de 14 m pour s'arrêter à 30 km/h

4. Au code de la route, on donne la règle suivante pour calculer de tête sa distance d'arrêt : « Pour une vitesse comprise entre 50 km/h et 90 km/h, multiplier par lui-même le chiffre des dizaines de la vitesse ».

Le résultat calculé avec cette règle pour un automobiliste qui roule à 80 km/h est-il cohérent avec celui calculé par la formule ?

Réponse :

On a $5^2 = 25$ pour une distance de 29 ;

$6^2 = 36$ pour une distance de 38 ;

$7^2 = 49$ pour une distance de 49 ;

$8^2 = 64$ pour une distance de 61 ;

$9^2 = 81$ pour une distance de 74

Cette règle est à peu près cohérente avec la formule exacte.