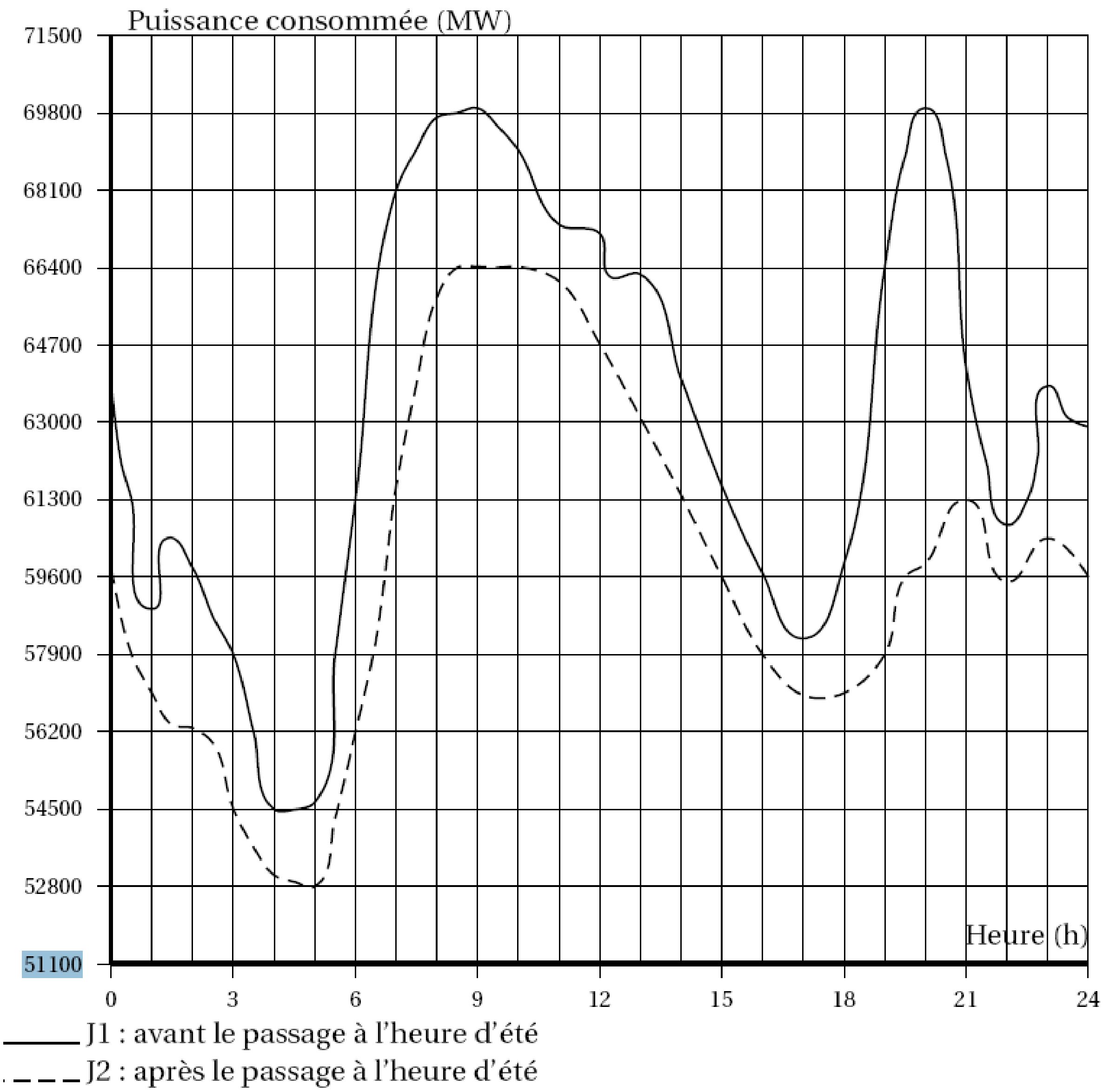
Brevet des collèges 15 juin 2015 Centres étrangers groupement I (Maroc)

Exercice 1 : 4 points

L'objectif du passage à l'heure d'été est de faire correspondre au mieux les heures d'activité avec les heures d'ensoleillement pour limiter l'utilisation de l'éclairage artificiel.

Le graphique ci-dessous représente la puissance consommée en mégawatts (MW), en fonction des heures (h) de deux journées J1 et J2, J1 avant le passage à l'heure d'été et J2 après le passage à l'heure d'été.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes. On arrondira, si nécessaire, les résultats à la demi-heure.

1. Pour la journée J1, quelle est la puissance consommée à 7 h ?

Réponse : On lit à 7 h une consommation de 68 100 MW.

2. Pour la journée J2, à quelle(s) heure(s) de la journée a-t-on une puissance consommée de 54 500 MW?

Réponse : La consommation est de 54 500 MW à 3 h et à 5 h 30min.

3. À quel moment de la journée le passage à l'heure d'été permet-il le plus d'économies ?

Réponse : L'écart le plus grand entre les deux courbes se situe vers 19 h 30 min.

4. Quelle puissance consommée a-t-on économisée à 19 h30 ?

Réponse : La différence précédente se monte à 10 200 MW.

Exercice 2 : 3 points

Dans cet exercice, pour chaque affirmation numérotée 1, 2 et 3 des réponses sont proposées. Une seule est exacte.

Aucune justification n'est attendue.

Question 1 : Les solutions de l'équation

$(4x + 5)(x - 3) = 0$ sont :

A : $-\frac{5}{4}$ et 3

B : $\frac{5}{4}$ et -3

C : $-\frac{5}{4}$ et -3

Réponse : A

$(4x + 5)(x - 3) = 0$ est équivalente à $4x + 5 = 0$ ou $x - 3 = 0$,

c'est-à-dire à $4x = -5$ ou $x = 3$, soit finalement à

$$x = -\frac{5}{4} \quad ou \quad x = 3$$

Question 2 :

$$\frac{8 \times 10^{3} \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}}$$

est égale à

A : 16 000

B : 0,16

C : 2,8

Réponse : A

$$\frac{8 \times 10^{3} \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}} = \frac{8 \times 2 \times 14}{14} \times \frac{10^{1}}{10^{-3}} = 16 \times 10^{1+3} = 1{,}6 \times 10^{4}$$

Question 3 : $\frac{\sqrt{32}}{2}$ est égale à

A : $\sqrt{16}$

B : $\sqrt{8}$

C : $2{,}8$

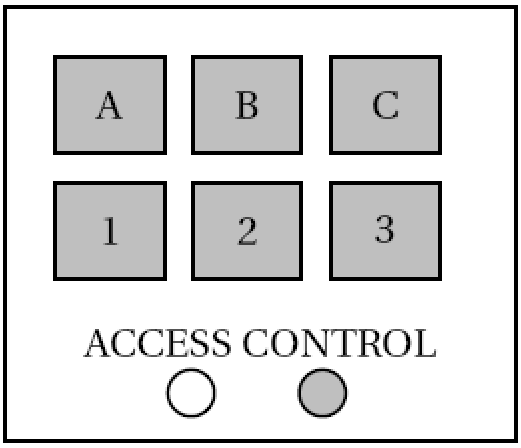
Réponse : C

$$\frac{\sqrt{32}}{2}=\frac{\sqrt{2\times 16}}{2}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{16}}{2}=\sqrt{16}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$$

Exercice 3 : 4 points

À l'entrée du garage à vélos du collège, un digicode commande l'ouverture de la porte.

Le code d'ouverture est composé d'une lettre A ; B ou C suivie d'un chiffre 1 ; 2 ou 3.



1. Quelles sont les différents codes possibles ?

Réponse :

A1 A2 A3 B1 B2 B3 C1 C2 C3.

2. Aurélie compose au hasard le code A1.

a. Quelle probabilité a-t-elle d'obtenir le bon code ?

Réponse : Aurélie a une chance sur neuf : probabilité égale à $\frac{1}{9}$.

b. En tapant ce code A1, Aurélie s'est trompée à la fois de lettre et de chiffre. Elle change donc ses choix.

Quelle probabilité a-t-elle de trouver le bon code à son deuxième essai ?

Réponse : Si l'on supprime la lettre A et le nombre 1, il reste deux lettres et deux nombres donc

$2 \times 2 = 4$ choix possibles. La probabilité de trouver le bon code à son deuxième essai est donc égale à $\frac{1}{4}$

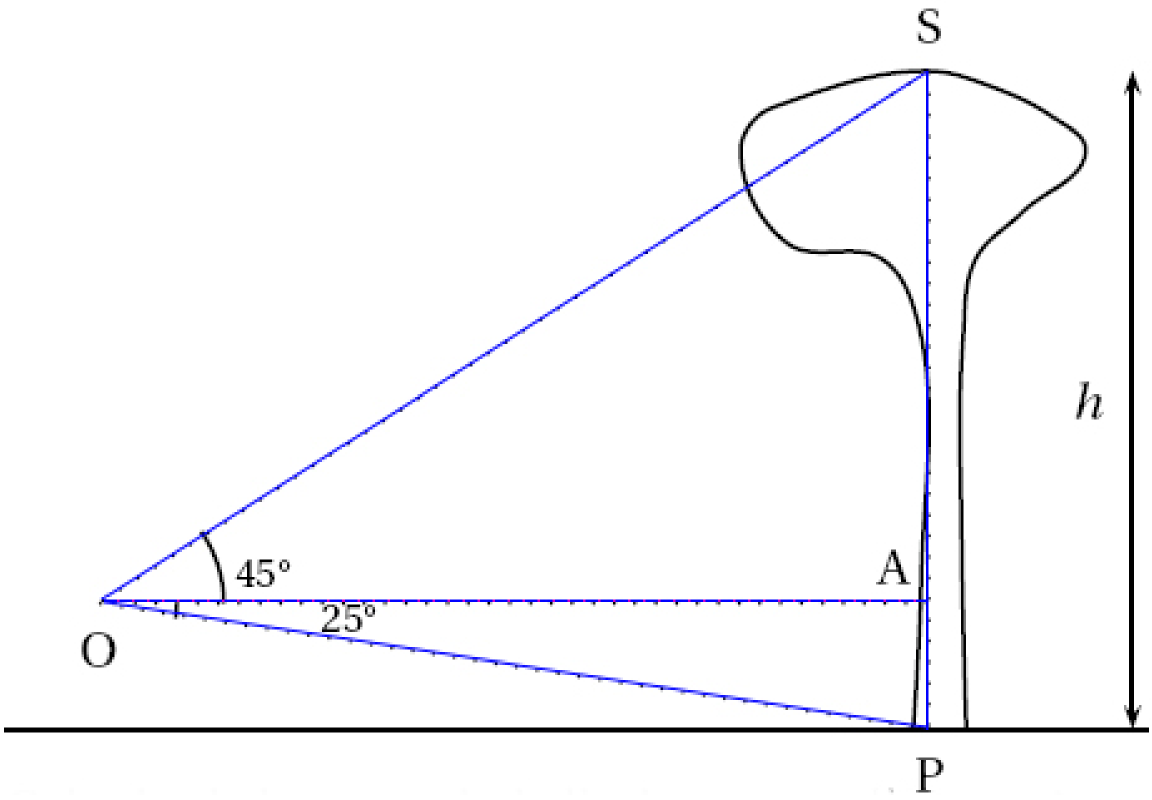
c. Justifier que si lors de ce deuxième essai, Aurélie ne se trompe que de lettre, elle est sûre de pouvoir ouvrir la porte lors d'un troisième essai.

Réponse : Comme elle n'avait plus que le choix entre deux lettres mais le bon nombre il lui suffit donc de changer de lettre pour avoir le bon code.

Exercice 4 : 8 points

Des ingénieurs de l'Office National des Forêts font le marquage d'un lot de pins destinés à la vente.

1. Dans un premier temps, ils estiment la hauteur des arbres de ce lot, en plaçant leur œil au point O.



Ils ont relevé les données suivantes : OA = 15 m

$\widehat{SOA}$ = 45° et $\widehat{AOP}$ = 25°

Calculer la hauteur h de l'arbre arrondie au mètre.

Réponse : Dans le triangle rectangle en A, OAS, on a :

$$\tan \widehat{AOS} = \frac{AS}{OA}$$

$$\tan 45 = \frac{AS}{15}$$

d'où $AS = 15 \tan 45$

La hauteur de l'arbre est :

$$h = AS + AP = 15 \tan 45 + 15 \tan 25 = 15 (\tan 45 + \tan 25) \approx 21{,}99$$

soit 22 m au mètre près.

2. Dans un second temps, ils effectuent une mesure de diamètre sur chaque arbre et répertorient toutes les données dans la feuille de calculs suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Diamètre (cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	
2	Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	11	4	3	

a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule M2 pour obtenir le nombre total d'arbres ?

Réponse : =Somme(B2 :L2)

b. Calculer, en centimètres, le diamètre moyen de ce lot. On arrondira le résultat à l'unité.

Réponse : Si *d* est le diamètre moyen, alors :

$$d = \frac{30 \times 2 + 35 \times 4 + 40 \times 8 + \cdots + 80 \times 3}{2 + 4 + 8 + \cdots + 3} = \frac{5210}{92} \approx 57\ cm$$

au centimètre près.

3. Pour calculer le volume commercial d'un pin en mètres cubes, on utilise la formule suivante :

$$V = \frac{10}{24} \times D^2 \times h$$

où D est le diamètre moyen d'un pin en mètres et h la hauteur en mètres.

Le lot est composé de 92 arbres de même hauteur 22 m dont le diamètre moyen est 57 cm.

Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 €, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ? On arrondira à l'euro.

Réponse : Le volume des 92 arbres est égal à :

$$92 \times \frac{10}{24} \times 0{,}57^2 \times 22$$

Chaque mètre cube rapportant 70 €, la vente rapportera :

$$70 \times 92 \times \frac{10}{24} \times 0{,}57^2 \times 22 = 19179{,}93 \approx 19\,180 \text{ €}$$

Exercice 5 : 6 points

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier votre réponse.

Affirmation 1 :

Un billet d'avion Paris - New York coûte 400 €. La compagnie aérienne Air International propose une réduction de 20%. Le billet ne coûte plus que 380 €

Réponse :

Sur 100 €, la réduction serait de 20 €, donc sur 400 € la réduction est de $4 \times 20 = 80$ €.

Le billet ne coûte plus que $400 - 80 = 320$ €. L'affirmation est fausse.

Affirmation 2 :

f est la fonction affine définie par $f\ (x) = 4x - 2$.

L'image de 2 par la fonction f est aussi le double de l'antécédent de 10.

Réponse : On a $f(2) = 4 \times 2 - 2 = 8 - 2 = 6$.

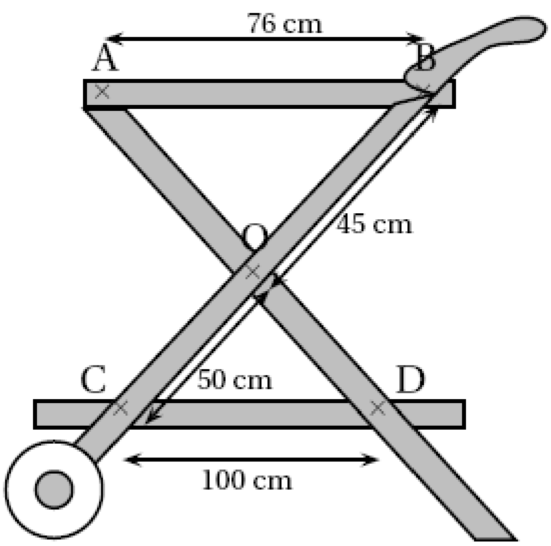
La moitié de 6 est 3 et :

$f(3) = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10$.

L'affirmation 2 est vraie.

Affirmation 3 :

Les plateaux représentés par (AB) et (CD) pour la réalisation de cette desserte en bois sont parallèles.



Réponse : Si (AB) et (CD) sont parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

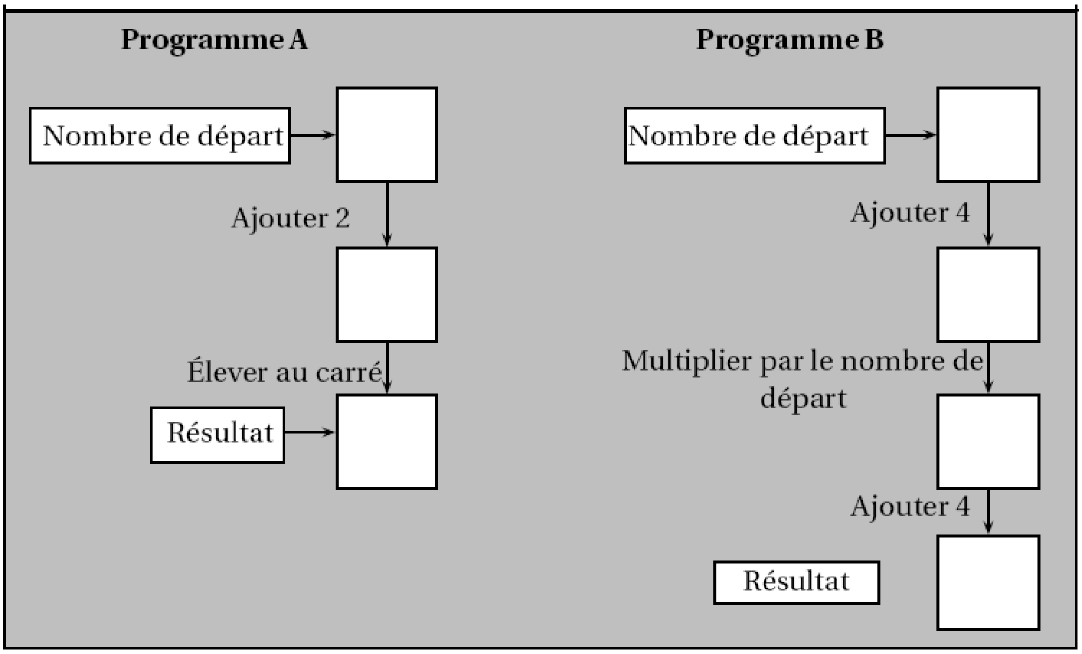
$$\frac{45}{50} = \frac{75}{100}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{3}{4}$$

C'est-à-dire 0,9 = 0,75 qui est une égalité fausse. L'affirmation 3 est fausse.

Exercice 6 : 3,5 points

On propose les deux programmes de calcul suivants :



1. Montrer que si on choisit 3 comme nombre de départ, les deux programmes donnent 25 comme résultat.

Réponse : Programme A : $(3+2)^2 = 5^2 = 25$;

Programme B :

$(3+4)\times 3+4 = 7\times 3+4 = 21+4 = 25$.

2. Avec le programme A, quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0?

Réponse : Avec au départ le nombre x introduit dans le programme A, on obtient : $(x+2)^2$, donc $(x+2)^2 = 0\ si\ x+2 = 0$

Soit $x = -2$.

3. Ysah prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat. A-t-elle raison? Justifier votre réponse.

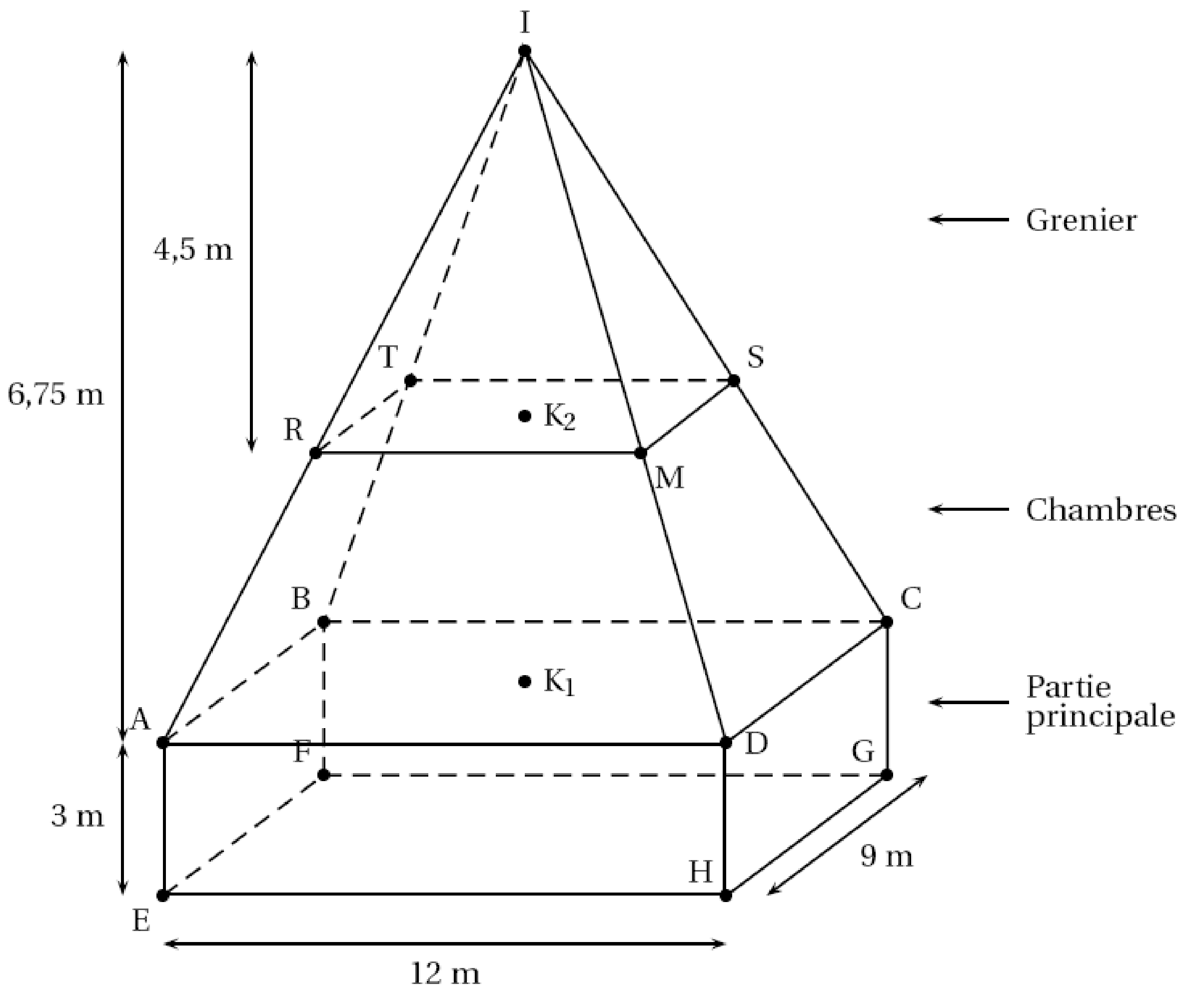
Réponse : Avec le programme A un nombre x donne en sortie $(x+2)^2$.

Avec le programme B un nombre x donne en sortie $(x+4)\times x+4$.

On a donc : $(x+2)^2 = (x+4) \times x + 4$

soit $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$, égalité vraie quel que soit le nombre x. Yeah a raison.

Exercice 7 : 7,5 points



Une maison est composée d'une partie principale qui a la forme d'un pavé droit ABCDEFGH surmonté d'une pyramide IABCD de sommet I et de hauteur [IK1] perpendiculaire à la base de la pyramide.

Cette pyramide est coupée en deux parties :

• Une partie basse ABCDRTSM destinée aux chambres ;

• Une partie haute IRTSM réduction de hauteur [IK2] de la pyramide IABCD correspondant au grenier.

On a : EH = 12m; AE = 3m; HG = 9m;

IK1 = 6,75 m et IK2 = 4,5m.

La figure donnée n'est pas à l'échelle.

1. Calculer la surface au sol de la maison.

Réponse : Le sol est un rectangle de 12 m sur 9 m; la surface au sol est donc égale à $12 \times 9 = 108$ m^2.

2. Des radiateurs électriques seront installés dans toute la maison, excepté au grenier.

On cherche le volume à chauffer de la maison.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par :

$$V_{pyramise} = \frac{Aire\ de\ la\ base\ \times Hauteur}{3}$$

a. Calculer le volume de la partie principale.

Réponse : La base est un pavé dont on vient de calculer l'aire de la base et de hauteur 3 m; le volume de la partie principale est donc égal à

$108 \times 3 = 324$ m^3.

b. Calculer le volume des chambres.

Réponse : La partie haute (grenier) est une réduction de la pyramide IABCD dans le rapport

$$\frac{4,5}{6,75} = \frac{450}{675} = \frac{18 \times 25}{27 \times 25} = \frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$$

Chaque dimension de la petite pyramide étant égale à celle de la grande multipliée par $\frac{2}{3}$, son volume est donc égal à celui de la grande multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Volume de la grande pyramide :

$$\frac{108 \times 6{,}75}{3} = 108 \times 2{,}25 = 243\ m^3$$

Volume de la petite pyramide :

$$243 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{9 \times 27 \times 8}{27} = 72\ m^3$$

Le volume des chambres est donc égal à $243 - 72 = 171$ m^3.

c. Montrer que le volume à chauffer est égal à 495 m^3.

Réponse : Le volume total à chauffer est donc égal à :

$324 + 171 = 495$ m^3.

3. Un expert a estimé qu'il faut dans cette maison une puissance électrique de 925 Watts pour chauffer 25mètres cubes.

Le propriétaire de la maison décide d'acheter des radiateurs qui ont une puissance de 1 800 watts chacun et qui coûtent 349,90 € pièce.

Combien va-t-il devoir dépenser pour rachat des radiateurs ?

Réponse : Pour chauffer la partie principale et les chambres il faut une puissance de

$$\frac{495}{25} \times 925 = 495 \times 37 = 18315\, Watts.$$

Il faut donc acheter un nombre de radiateurs égal à :

$$\frac{18315}{1800} \approx 10,17$$

IL faut acheter 11 radiateurs à 349,90 euros pièce d'où une dépense de :

$11 \times 349,90 = 3848,90$ €