

Brevet centres étrangers juin 2016

EXERCICE 1: 3 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

Pour chaque question, une seule affirmation est juste.

On ne demande pas de justifier.

Question 1

1. Si ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 5$ cm et $AC = 7$ cm alors la mesure arrondie au degré près de \widehat{ABC} est :

A : 46° B : 54° C : 36°

Réponse :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{5}$$

$$\widehat{ABC} = \arctan \frac{7}{5} \approx 54^\circ$$

La bonne réponse à la question 1 est donc la réponse B.

Question 2

L'antécédent de 8 par la fonction $f : x \rightarrow 3x - 2$ est :

A : inférieur à 2 B : compris entre 3 et 4 C : supérieur à 4

Réponse : Un antécédent de 8 par la fonction f définie par

$f(x) = 3x - 2$ est solution de l'équation $f(x) = 8$ soit :

$$f(x) = 8 \Leftrightarrow 3x - 2 = 8$$

$$\Leftrightarrow 3x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{3} \approx 3,33 \in [3; 4]$$

La bonne réponse à la question 2 est donc la réponse B.

Question 3

La valeur exacte de : $\frac{1 - (-4)}{-2 + 9}$ est :

A : $\frac{5}{7}$ B : 8 C : 0,7142857143

Réponse:

$$\frac{1 - (-4)}{-2 + 9} = \frac{1 + 4}{7} = \frac{5}{7}$$

La bonne réponse à la question 3 est donc la réponse A.

EXERCICE 2 : 4 points

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes et justifier vos réponses.

Affirmation 1: Une boîte de macarons coûte 25 €.

Si on augmente son prix de 5 % par an pendant deux ans, son nouveau prix sera de 27,50 €

Réponse :

Augmenter de 5% c'est multiplier par $(1 + 5\%) = 1,05$

Après un an : $25\text{€} \times 1,05 = 26,25$

Après deux an : $26,25 \text{ €} \times 1,05 = 27,5625 \neq 27,5$

Le nouveau prix sera d'environ $27,56 \text{ €}$, l'affirmation 1 est donc fausse.

Affirmation 2 : Si une boutique utilise en moyenne 4 kg de sucre par jour, elle utilisera environ $1,46 \times 10^6$ grammes de sucre en une année.

Réponse :

$$4000 \times 365 = 10^3 \times (4 \times 365) = 10^3 \times 1460 = 1,46 \times 10^6 g$$

L'affirmation 2 est donc vraie

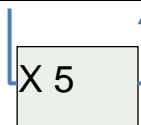
Affirmation 3 : Lors d'une livraison de macarons, en ville, un camion a parcouru 12,5 km en 12 minutes.

En agglomération la vitesse maximale autorisée est de 50 km/h.

Le livreur a respecté la limitation de vitesse.

Réponse : Le camion a parcouru 12,5 km en 12 minutes soit :

| | | |
|-----------------|------|------|
| Distance en km | 12,5 | 62,5 |
| Durée en minute | 12 | 60 |



$$v = \frac{12,5 \times 60}{12} = 62,5 \text{ kmh}^{-1}$$

Le camion a dépassé la vitesse maximale autorisée de 50 km/h, l'affirmation 3 est fausse.

EXERCICE 3: 5 points

Une nouvelle boutique a ouvert à Paris.

Elle vend exclusivement des macarons (petites pâtisseries).

L'extrait de tableur ci-dessous indique le nombre de macarons vendus une semaine.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---------------------------|-------|-------|----------|-------|----------|--------|----------|-------|
| 1 | | Lundi | Mardi | Mercredi | Jeudi | Vendredi | Samedi | Dimanche | Total |
| 2 | Nombre de macarons vendus | 324 | 240 | 310 | 204 | 318 | 386 | 468 | |

1. Quelle formule doit être saisie dans la case I2 pour calculer le nombre total de macarons vendus dans la semaine ?

Réponse : = Somme(B2 :H2)

2. Calculer le nombre moyen de macarons vendus par jour.

Arrondir le résultat à l'unité.

Réponse : le nombre moyen de macarons vendus par jours est :

$$m = \frac{324 + 240 + 310 + 204 + 318 + 386 + 468}{7} = \frac{2250}{7} \approx 321$$

3. Calculer le nombre médian de macarons.

Réponse :

| | | | | | | | |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Rang des valeurs | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Nombre de macarons vendus | 204 | 240 | 310 | 318 | 324 | 386 | 468 |

Il y a 7 valeurs, donc la médiane est la 4^e valeur soit : 318.

4. Calculer la différence entre le nombre de macarons vendus le dimanche et ceux vendus le jeudi.

À quel terme statistique correspond cette valeur ?

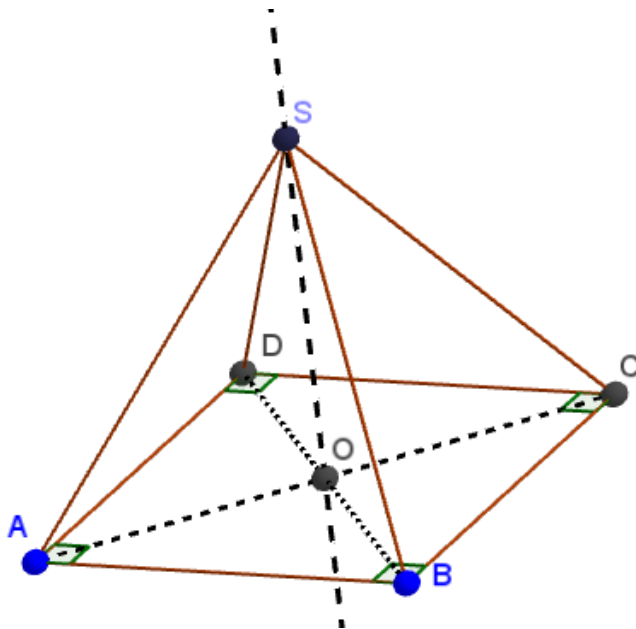
Réponse : La différence entre le nombre de macarons vendus le dimanche et ceux vendus le jeudi est : $N = 468 - 204 = 264$

C'est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série, ce qui correspond à l'étendue de la série statistique.

EXERCICE 4 : 5 points

Pour présenter ses macarons, une boutique souhaite utiliser des présentoirs dont la forme est une pyramide régulière à base carrée de côté 30 cm et dont les arêtes latérales mesurent 55 cm.

On a schématisé le présentoir par la figure suivante :



Peut-on placer ce présentoir dans une vitrine réfrigérée parallélépipédique dont la hauteur est de 50 cm ?

Réponse : SC = 55 cm et AB = 30 cm

Le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 30^2 + 30^2$$

$$AC^2 = 900 + 900 = 1800$$

$$AC = \sqrt{1800} \approx 42,426 \text{ cm}$$

La hauteur SO de la pyramide est perpendiculaire à la base ABCD

donc le triangle AOS est rectangle en O.

Le point O est le milieu de la diagonale [AC] puisque ABCD est un carré.

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{1800}}{2}$$

D'après le théorème de Pythagore nous avons :

$$AS^2 = AO^2 + OS^2$$

$$55^2 = \left(\frac{\sqrt{1800}}{2} \right)^2 + OS^2$$

$$OS^2 = 55^2 - \frac{1800}{4}$$

$$OS^2 = 2575$$

$$OS = \sqrt{2575} \approx 50,74 \text{ cm} > 50 \text{ cm}$$

On ne pourra donc pas placer ce présentoir dans une vitrine réfrigérée parallélépipédique dont la hauteur est de 50 cm.

EXERCICE 5: 3 points

Pascale, Alexis et Carole se partagent deux boîtes de 12 macarons chacune.

On sait qu'Alexis a mangé 4 macarons de plus que Pascale et que Pascale en a mangé deux fois moins que Carole.

Combien de macarons chaque personne a-t-elle mangés ?

Réponse :

Soit **p** le nombre de macarons mangés par Pascale, **a** celui par Alexis et **c** celui par Carole.

Les entiers **a**, **b** et **c** sont compris entre 1 et 24.

« Pascale, Alexis et Carole se partagent deux boîtes de 12 macarons chacune », donc 24 macarons. De ce fait:

$$(R_1): p + a + c = 24$$

« On sait qu'Alexis a mangé 4 macarons de plus que Pascale » donc :

$$(R_2): a = 4 + p$$

« On sait que Pascale en a mangé deux fois moins que Carole » donc:

$$p = \frac{c}{2} \Leftrightarrow (R_3): 2p = c$$

On obtient un système de trois équations à trois inconnues.

$$\begin{cases} (R_1) : p + a + c = 24 \\ (R_2) : a = 4 + p \\ (R_3) : 2p = c \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} p + 4 + p + 2p = 24 \\ a = 4 + p \\ c = 2p \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4p = 20 \\ a = 4 + p \\ c = 2p \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{20}{4} = 5 \\ a = 4 + p \\ c = 2p \end{cases}$$
$$\begin{cases} p = 5 \\ a = 4 + 5 = 9 \\ c = 2 \times 5 = 10 \end{cases}$$

Pascale a donc mangé 5 macarons, Alexis 9 et Carole 10.

EXERCICE 6 : 3 points

Pour fêter son anniversaire, Pascale a acheté à la boutique deux boîtes de macarons.

La boîte numéro 1 est composée de : 4 macarons chocolat, 3 macarons café, 2 macarons vanille et 3 macarons caramel.

La boîte numéro 2 est composée de : 2 macarons chocolat, 1 macaron fraise, 1 macaron framboise et 2 macarons vanille.

On suppose dans la suite que les macarons sont indiscernables au toucher.

1. Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, quelle est la probabilité que ce soit un macaron au café ?

Réponse :

La boîte numéro 1 compte 3 macarons au café sur un total de 12 macarons. Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, la probabilité que ce soit un macaron au café est donc de :

$$p_1 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

2. Au bout d'une heure il reste 3 macarons chocolat et 2 macarons café dans la boîte numéro 1 et 2 macarons chocolat et 1 macaron fraise dans la boîte numéro 2.

Carole n'aime pas le chocolat mais apprécie tous les autres parfums. Si elle choisit un macaron au hasard dans la boîte numéro 1, puis un second dans la boîte numéro 2, quelle est la probabilité qu'elle obtienne deux macarons qui lui plaisent ?

Réponse :

Pour que Carole obtienne deux macarons qui lui plaisent, elle doit tirer 1 macaron au café dans la boîte 1 et 1 à la fraise dans la boîte 2. En supposant être en situation d'équiprobabilité :

- il y a 2 macarons au café sur 5 dans la boîte 1 donc la probabilité de tirer 1 macaron au café dans cette boîte est :

$$p_a = \frac{2}{5}$$

- il y a 1 macarons à la fraise sur 3 dans la boîte 2 donc la probabilité de tirer 1 macaron à la fraise dans cette boîte est :

$$p_b = \frac{1}{3}$$

La probabilité de tirer 1 macaron au café dans la boîte 1 et 1 à la fraise dans la boîte 2 est donc :

$$p_2 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

EXERCICE 7: 3 points

Un macaron est composé de deux biscuits et d'une couche de crème. Cette couche de crème peut être assimilée à un cylindre de rayon 20mm et de hauteur 5mm.

1. Vérifier que le volume de crème contenu dans un macaron est $2\,000\pi\text{ mm}^3$

Réponse :

Le volume d'un cylindre de rayon 20 mm et de hauteur 5 mm est le produit de la hauteur par l'aire du disque de base soit :

$$V = 5 \times (\pi \times 20^2) = 2000\pi\text{ mm}^3$$

2. Alexis a dans son saladier 30cL de crème.

Combien de macarons peut-il confectionner ?

On rappelle que $1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$

Réponse :

$$30\text{ cL} = 0,3\text{ L} = 0,3\text{ dm}^3 = 0,3 \times 10^6\text{ mm}^3 = 300000\text{ mm}^3$$

Avec 30 cL de crème, Alexis peut confectionner 47 macarons.

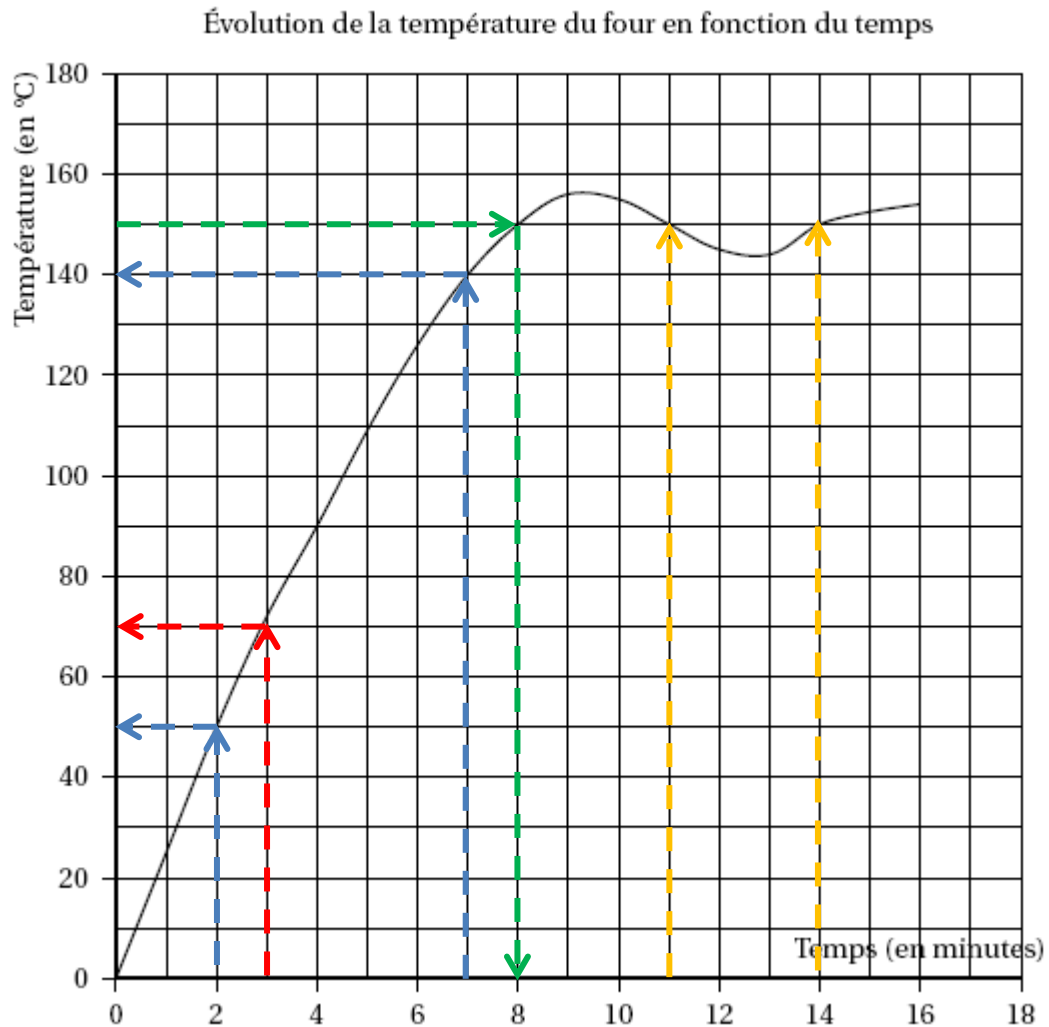
Exercice 8 : 5 points

Pour cuire des macarons, la température du four doit être impérativement de 150 °C.

Depuis quelques temps, le responsable de la boutique n'est pas satisfait de la cuisson de ses pâtisseries.

Il a donc décidé de vérifier la fiabilité de son four en réglant sur 150 °C et en prenant régulièrement la température à l'aide d'une sonde.

Voici la courbe représentant l'évolution de la température de son four en fonction du temps.



1. La température du four est-elle proportionnelle au temps ?

Réponse :

La courbe représentant la température en fonction de temps n'est pas une droite passant par l'origine de repère, donc la température du four n'est pas proportionnelle au temps.

2. Quelle est la température atteinte au bout de 3 minutes ?

Aucune justification n'est demandée.

Réponse :

La température atteinte au bout de 3 minutes est de 70° environ (tracé rouge)

3. De combien de degrés Celsius, la température a-t-elle augmenté entre la deuxième et la septième minute ?

Réponse :

D'après le graphique, la température passe de 50° à la deuxième minute à 140° à la septième (en bleu). La température a donc augmenté de : $140^{\circ} - 50^{\circ} = 90^{\circ}$

4. Au bout de combien de temps, la température de 150 °C nécessaire à la cuisson des macarons est-elle atteinte ?

Réponse :

La température de 150 °C nécessaire à la cuisson des macarons est atteinte après 8 minutes (en vert).

5. Passé ce temps, que peut-on dire de la température du four ?
Expliquer pourquoi le responsable n'est pas satisfait de la cuisson de ses macarons.

Réponse :

On peut remarquer qu'entre la 11^e et 14^e minute, la température du four passe sous les 150°, (en orange sur le graphique). Ceci explique pourquoi le responsable n'est pas satisfait de la cuisson.

Exercice 9 : 5 points

Pour son mariage, le samedi 20 août 2016, Norbert souhaite se faire livrer des macarons.

L'entreprise lui demande de payer 402 € avec les frais de livraison compris.

Document 1 : Bon de commande de Norbert

10 boîtes de 12 petits macarons chocolat

10 boîtes de 12 petits macarons vanille

5 boîtes de 12 petits macarons framboise

2 boîtes de 12 petits macarons café

1 boîte de 6 petits macarons caramel

Document 2 : Tarifs de la boutique

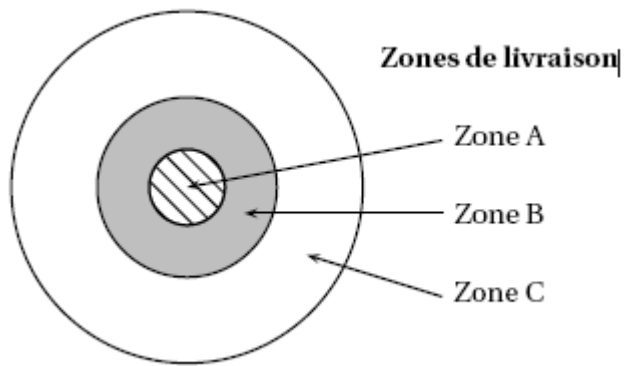
| Parfum au choix | Jusqu'à 5 boîtes achetées |
|-----------------------------|---------------------------|
| Boîte de 6 petits macarons | 9 € la boîte |
| Boîte de 12 petits macarons | 16 € la boîte |
| Boîte de 6 gros macarons | 13,50 € la boîte |
| Boîte de 12 gros macarons | 25 € la boîte |

À partir de la sixième boîte identique achetée, profitez de 20% de réduction sur toutes vos boîtes de ce parfum.

Les frais de livraison, en supplément, sont détaillés ci-dessous en fonction de la zone de livraison.

Document 3 : Tarifs de livraison

| | En semaine | Samedi et dimanche |
|--------|------------|--------------------|
| Zone A | 12,50 € | 17,50 € |
| Zone B | 20 € | 25 € |
| Zone C | 25 € | 30 € |



À l'aide des documents ci-dessous, déterminer dans quelle zone se trouve l'adresse de livraison.

Réponse :

Le bon de commande

- Norbert commande 5 boîtes de 12 petits macarons framboise et 2 boîtes de 12 petits macarons café à 16 euros l'unité soit au total :

$$p_1 = 7 \times 16 = 112\text{€}$$

- Norbert commande 1 boîte de 6 petits macarons caramel à 9 euros l'unité soit au total :

$$p_2 = 1 \times 9 = 9\text{€}$$

- Norbert commande 10 boîtes de 12 petits macarons chocolat et 10 boîtes de 12 petits macarons vanille. Or à partir de la sixième boîte identique achetée, on profite de 20 % de réduction sur toutes les boîtes de ce parfum. Faire une réduction de 20 %, c'est ne payer que 80 % du prix donc chacune des boîtes initialement à 16 euros, sera au prix de : $16 \times 0,8 = 12,80\text{€}$

Pour les 20 boîtes commandées il devra donc payer :

$$p_3 = 20 \times 12,8 = 256\text{€}$$

- Le total de la commande hors frais de livraison est donc de :

$$p = 112 + 9 + 256 = 377\text{€}$$

Les frais de livraison

L'entreprise lui demande de payer 402€ avec les frais de livraison compris. Le total de la commande étant de 377€, ces frais de livraison s'élèvent à : $402 - 377 = 25\text{€}$

Conclusion :

Le mariage étant un samedi avec des frais de livraison de 25 euros, on peut conclure que l'adresse se trouve dans la zone B.