Brevet des collèges 15 juin 2015
Centres étrangers groupement I

EXERCICE 1 : 5,5 points

Pour cet exercice, aucune justification n'est attendue.

En appuyant sur un bouton, on allume une des cases de la grille ci-contre au hasard.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1. a. Quelle est la probabilité que la case 1 s'allume ?

Réponse : $\frac{1}{9}$

b. Quelle est la probabilité qu'une case marquée d'un chiffre impair s'allume?

Réponse : Il y a sur les 9 nombres, 5 qui sont impairs. La probabilité est donc égale à $\frac{5}{9}$

c. Pour cette expérience aléatoire, définir un évènement qui aurait pour probabilité de 1/3

Réponse :

« La case d'un multiple de 3 s'allume » ;

« La case d'un nombre plus petit que 4 s'allume ».

2. Les cases 1 et 7 sont restées allumées. En appuyant sur un autre bouton, quelle est la probabilité que les trois cases allumées soient alignées ?

Réponse : En supposant que les seules les cases éteintes puissent s'allumer la seule possibilité d'avoir trois cases allumées et alignées est que la case 4 s'allume soit une chance sur 7 cases éteintes : probabilité égale à $\frac{1}{7}$

EXERCICE 2 : 4 points

Le 14 octobre 2012, Félix Baumgartner, a effectué un saut d'une altitude de 38 969,3 mètres.

La première partie de son saut s'est faite en chute libre (parachute fermé).

La seconde partie, s'est faite avec un parachute ouvert.

Son objectif était d'être le premier homme à « dépasser le mur du son ».

« dépasser le mur du son » : signifie atteindre une vitesse supérieure ou égale à la vitesse du son, c'est à dire 340 $m.s^{-1}$.

La Fédération Aéronautique Internationale a établi qu'il avait atteint la vitesse maximale de

1357,6 $km.h^{-1}$ au cours de sa chute libre.

1. A-t-il atteint son objectif ? Justifier votre réponse.

Réponse :

Distance parcourue par le son (km)	0,340	20,4	1224
temps (s)	1	60	3600

Le son a donc une vitesse de 1 224 km/h inférieure à celle de Félix Baumgartner; celui-ci a atteint son objectif.

2. Voici un tableau donnant quelques informations chiffrées sur ce saut :

Altitude du saut : 38 969,3 m

Distance parcourue en chute libre : 36 529 m

Durée totale du saut : 9 min 3 s

Durée de la chute libre : 4 min 19 s

Calculer la vitesse moyenne de Félix Baumgartner en chute avec parachute ouvert exprimée en $m.s^{-1}$. On arrondira à l'unité.

Réponse :

Avec le parachute, Félix a parcouru :

38969,3 − 36529 = 2440,3 m

en 9 min 3 s − 4 min 19 = 4 min 44 s, ou 284 s soit une vitesse moyenne de

$$\frac{2440,3}{284} \approx 8,59 \, mètres\ par\ seconde$$

soit 9 m/s à l'unité près.

EXERCICE 3 : 6 points

Soit un cercle de diamètre [KM] avec KM = 6 cm.

Soit un point L sur le cercle tel que ML = 3 cm.

1. Faire une figure.

Fichier GeoGebra

On dessine un cercle de diamètre 6 cm donc de rayon 3 cm. Outil « cercle centre-rayon »

On place le point K sur ce cercle : outil « Point »

On trace une droite passant par K et le centre du cercle : Outil « Droite».

Cette droite coupe le cercle en un autre point M. Marquer ce point.

Le cercle de centre M et de même rayon 3 cm coupe le cercle en deux points L répondant au problème ; on en choisit un. Outil « cercle centre-rayon » puis outil « Intersection »

2. Déterminer l'aire en cm^2 du triangle KLM. Donner la valeur exacte puis un arrondi au cm^2 près.

Réponse : Le triangle KLM est inscrit dans un cercle admettant pour diamètre l'un de ses côtés ; ce triangle est donc rectangle en L, d'hypoténuse [KM].

L'aire de ce triangle est égale au demi-produit des mesures des deux côtés de l'angle droit en L :

$$\mathcal{A}_{KLM} = \frac{KL \times LM}{2}$$

Le triangle KLM étant rectangle en L, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$KM^2 = KL^2 + LM^2$$

$$6^2 = KL^2 + 3^2$$

$$KL^2 = 6^2 - 3^2 = (6+3)(6-3) = 9 \times 3$$

$$KL = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\mathcal{A}_{KLM} = \frac{3\sqrt{3} \times 3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \approx 7{,}79\ cm^2$$

L'aire du triangle KLM est donc de 8 cm^2 à 1 cm^2 près.

EXERCICE 4 : 6 points

Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul :

Programme de calcul de Mathilde

• Saisir un nombre

• Multiplier ce nombre par 9

• Soustraire 8 au résultat obtenu

Programme de calcul de Paul

• Saisir un nombre

• Multiplier ce nombre par −3

• Ajouter 31 au résultat obtenu

1. On considère la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde											
3	Paul											

a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?

Réponse : =9 * B1 – 8

b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?

Réponse : = -3 * B1 + 31

2. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde	-8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Paul	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.

Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

Réponse : Au vu du tableau, on peut conjecturer que le nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat est compris entre 3 et 4.

3. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

Réponse : Soit x le nombre saisi et tel que :

$P_{Mathilde} = P_{Paul}$

$$9x - 8 = -3x + 3$$

$$9x + 3x = 31 + 8$$

$$12x = 39$$

$$x = \frac{39}{12} = \frac{13}{4} = 3{,}25$$

Programme de Mathilde :

$$9 \times 3{,}25 - 8 = 29{,}25 - 8 = 21{,}25$$

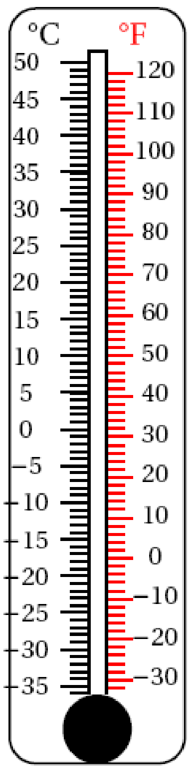
Programme de Paul :

$$-3 \times 3{,}25 + 31 = -9{,}75 + 31 = 21{,}25.$$

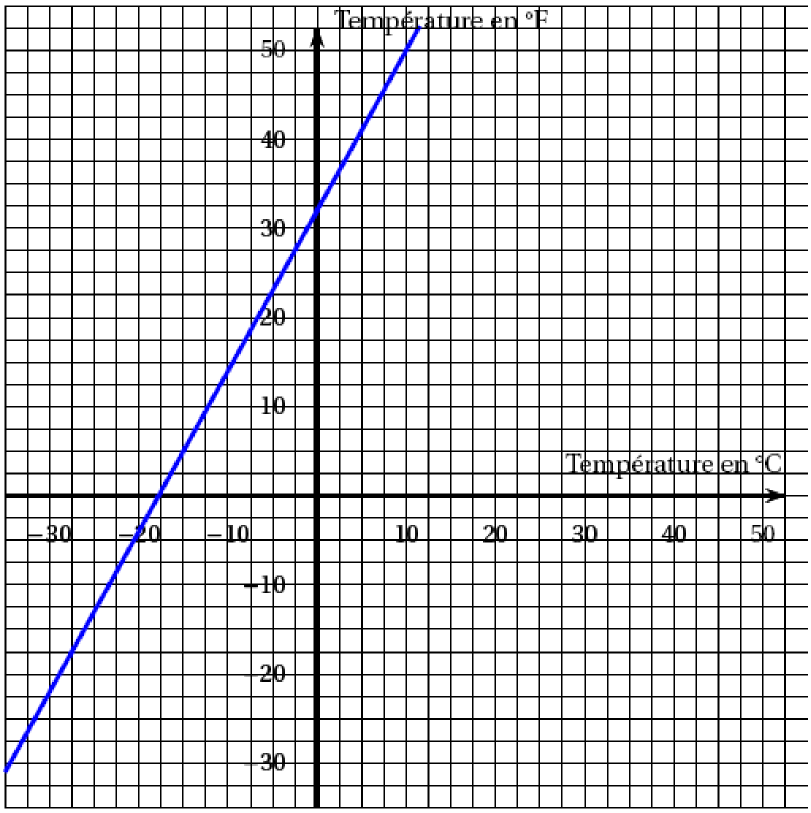
Mathilde et Paul doivent choisir le nombre 3,25, la conjecture émise était correcte.

EXERCICE 5 : 8 points

Il existe différentes unités de mesure de la température. En France, on utilise le degré Celsius (°C), aux États-Unis on utilise le degré Fahrenheit (°F). Voici deux représentations de cette correspondance :



Représentation 1



Représentation 2

1. En vous appuyant sur les représentations précédentes, déterminer s'il y a proportionnalité entre la température en degré Celsius et la température en degré Fahrenheit. Justifier votre réponse.

Réponse : Il n'y a pas proportionnalité entre la température en degré Celsius et la température en degré Fahrenheit car le graphique représentant la température en degré Fahrenheit en fonction de la température en degré Celsius est une droite mais qui ne passe pas par l'origine du repère.

2. Soit f la fonction qui à une température x en degré Celsius associe la température $f(x)$ en degré Fahrenheit correspondante.

On propose trois expressions de $f(x)$

Proposition 1 : $f(x) = x + 32$

Proposition 2 : $f(x) = 1{,}8x + 32$

Proposition 3 : $f(x) = 2x + 30$

« Les propositions 1 et 3 ne peuvent pas être correctes. C'est donc la proposition 2 qui convient. ». Justifier cette affirmation.

Réponse : Avec la proposition 3, $f(0) = 3$ or d'après la représentation1, on sait que $f(0) = 32$.

Il faut donc choisir entre les propositions 1 et 2. On lit également à l'aide des deux représentations que $f(10) = 50$, or la proposition donne 42 pour image de 10. Seule la proposition 2 est une fonction affine dont la représentation est une droite qui passe par les points (0 ; 32) et (10 ; 50).

3. On considère la fonction f définie par

$$f\ (x) = 1{,}8x + 32$$

Calculer $f(10)$ et $f(-40)$.

Réponse :

$$f(10) = 1{,}8 \times 10 + 32 = 18 + 32 = 50$$

$$f(-40) = 1{,}8 \times (-40) + 32 = -72 + 32 = -40$$

4. Existe-t-il une valeur pour laquelle la température exprimée en degré Celsius est égale à la température exprimée en degré Fahrenheit ? Justifier votre réponse.

Réponse : On cherche x, la valeur en degré Celsius, telle que

$T_{\text{degré Celsius}} = T_{\text{degré Fahrenheit}}$ soit

$$x = 1{,}8x + 32$$

$$-32 = 1{,}8x - x$$

$$0{,}8x = -32$$

$$x = \frac{-32}{0{,}8} = -40$$

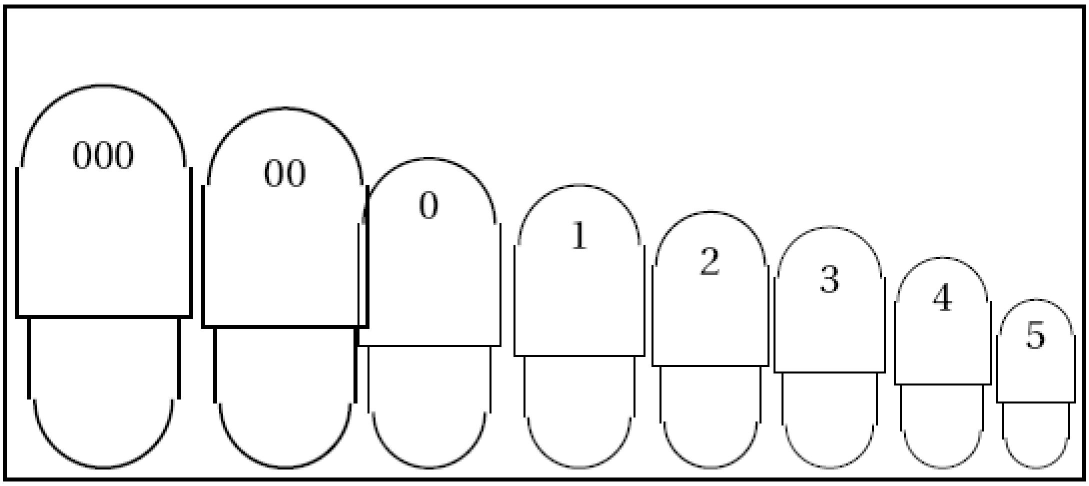
–40 °C correspond à –40 °F

EXERCICE 6 : 6,5 points

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.

On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-contre

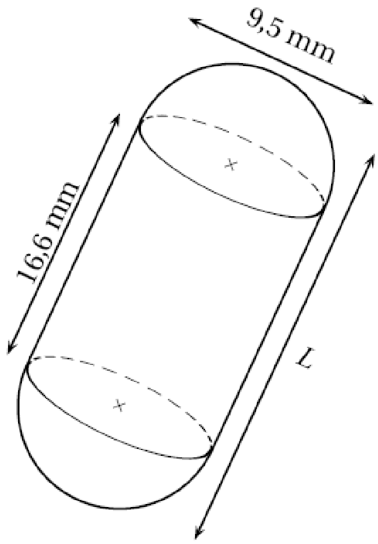
(« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit) :



Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule:

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d’une partie cylindrique d’une hauteur de 16,6 mm.



1. À quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.

Réponse : 16,6 + 9,5 = 26,1 mm.

Cette gélule correspond au calibre 000.

2. Calculer le volume arrondi au mm^3 de cette gélule.

On rappelle les formules suivantes :

Volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h

$$V_{cylindre} = \pi \times R^2 \times h$$

Volume d'un cône de rayon R et de hauteur h

$$V_{cone} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$$

Volume d'une sphère de rayon R

$$V_{sphère} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

Réponse :

$$V_{gélule} = V_{cylindre} + V_{sphère}$$

$$V_{gélule} = \pi \times 4{,}75^2 \times 16{,}6 + \frac{4}{3} \times \pi \times 4{,}75^3$$

$$V_{gélule} = 374{,}5375\pi + \frac{428{,}6875}{3} \times \pi$$

$$V_{gélule} \approx 1626\ mm^3$$

Le volume de la gélule, arrondie au mm^3 est de 1626 mm^3.

3. Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus.

Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de

$6{,}15 \times 10^{-4}$ g/mm^3.

La boîte d’antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.

Quelle masse d’antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement? Donner le résultat en grammes arrondi à l’unité.

Réponse : $3 \times 6 = 18$.

Dans une boîte d’antibiotique, il y a 18 gélules.

$18 \times 1626 = 29268$ mm^3

Le volume des 18 gélules est d’environ

29 268 mm^3.

$29268 \times 6{,}15 \times 10^{-4} \approx 18$ g.

Pendant la durée de son traitement, Robert a absorbé environ 18 g d’antibiotique.