Brevet des collèges Asie juin 2018

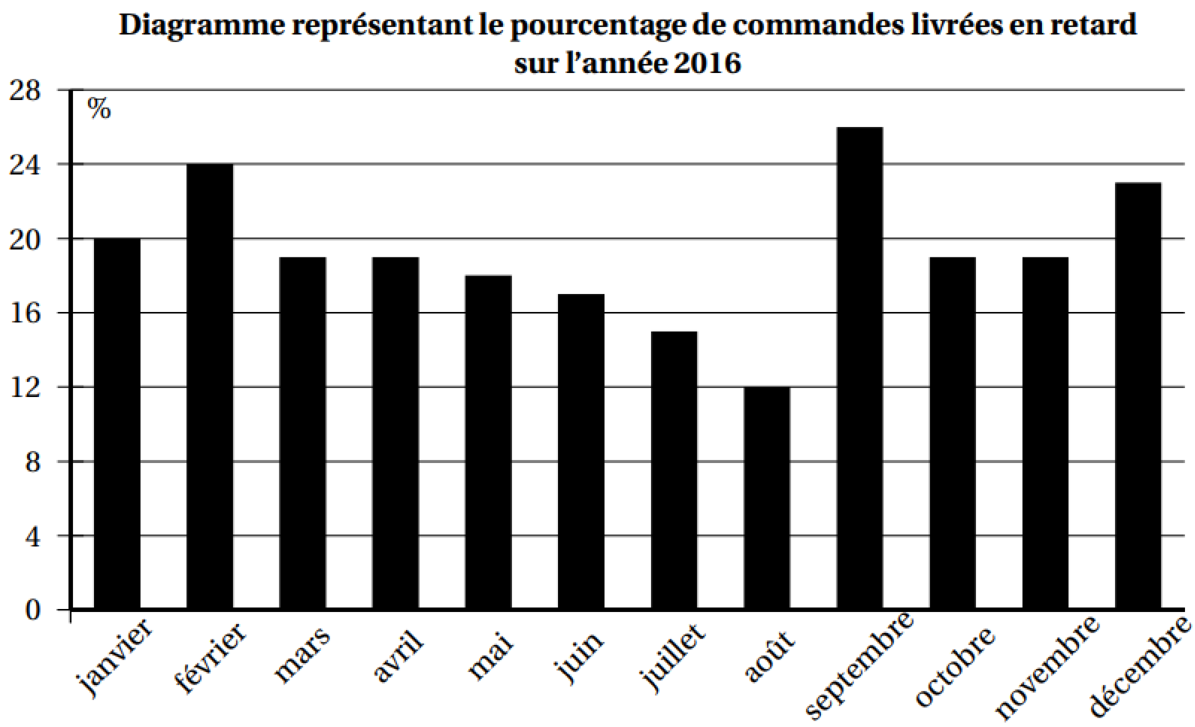
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1 : 10 Points

Une entreprise a enregistré, pour chaque mois de l'année 2016, le pourcentage de commandes livrées en retard.

Le diagramme suivant présente ces données.



Question 1 : Quel est le mois de l'année où le pourcentage de commandes livrées en retard a été le plus important?

Aucune justification n'est attendue.

Réponse : Septembre

Question 2 : Pour quels mois de l'année ce pourcentage a-t-il été inférieur ou égal à 18 %?

Aucune justification n'est attendue.

Réponse : mai, Juin, Juillet, Aout.

Question 3 : Quelle est l'étendue de cette série de données ?

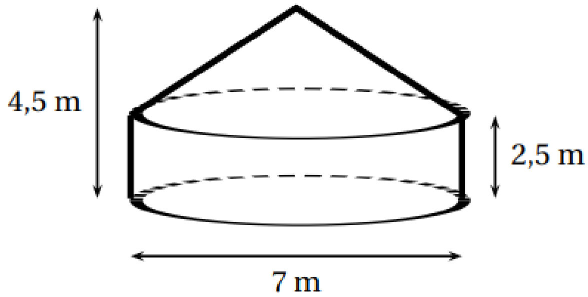
Réponse : L'étendue est [12 ; 26]

EXERCICE 2 : 17 Points

Samia vit dans un appartement dont la surface au sol est de 35 m^2

Elle le compare avec une yourte, l'habitat traditionnel mongol.

On modélise cette yourte par un cylindre et un cône.



On rappelle les formules suivantes :

$$Aire\ du\ disque = \pi \times rayon^2$$

$$Volume\ du\ cylindre = \pi \times rayon^2 \times hauteur$$

$$Volume\ du\ cône = \frac{1}{3}\pi \times rayon^2 \times hauteur$$

Question 1 : Montrer que l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol que celle de la yourte.

Réponse : $Aire\ base\ yourte = \pi \times 2{,}5^2 \approx 38{,}48\ m^2$ soit plus que 35

Question 2 : Calculer le volume de la yourte en m³

Réponse : Le volume de la yourte est la somme du volume du cylindre et de celui du cône :

$$V_{yourte} = \pi \times 3{,}5^2 \times 2{,}5 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3{,}5^2 \times 2$$

$$V_{yourte} = \pi \times 3{,}5^2 \left(2{,}5 + \frac{2}{3}\right) \approx 121{,}868\ m^3$$

Question 3 : Sarnia réalise une maquette de cette yourte à l'échelle 1/25 ième

Quelle est la hauteur de la maquette?

Réponse : Les dimensions sont divisées par 25.

La hauteur de la maquette sera donc :

$$\frac{4{,}5}{25} = \frac{18}{100} = 0{,}18\ m = 18\ cm$$

EXERCICE 3 : 12 Points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

Dans chaque cas, une seule réponse est correcte.

Pour chacune des questions, écrire la lettre de la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Question 1 : L'écriture décimale du nombre $5{,}3 \times 10^5$ est

Réponse A : 530 000

Réponse B : 5,300 000

Réponse C : 5300 000

Bonne réponse : A

<u>Question 2</u> : Un dé équilibré a six faces numérotées de 1 à 6.

On souhaite le lancer une fois. La probabilité d'obtenir un diviseur de 20 est :

Réponse A : $\frac{2}{3}$

Réponse B : $\frac{4}{20}$

Réponse C : $\frac{1}{2}$

Bonne réponse : A. Les diviseurs de 20 pouvant sortir sont : 1 ; 2 ; 4 ; 5, d'où une probabilité de

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

<u>Question 3</u> : L'égalité $(x + 5)^2 = x^2 + 25$

Réponse A : n'est vraie pour aucune des valeurs de x

Réponse B : est vraie pour une valeur de x

Réponse C : est vraie pour toutes valeurs de x

Bonne réponse : B.

$$(x+5)^2 = x^2 + 5^2 + 2 \times x \times 5 = x^2 + 25 + 10x$$

L'équation : $(x+5)^2 = x^2 + 25$ s'écrit donc

$$x^2 + 25 + 10x = x^2 + 25$$

$$10x = 0$$

L'équalité n'est vraie que pour une seule valeur de x

<u>Question 4</u> : On veut remplir des bouteilles contenant chacune 3/4 L.

Avec 12 L on peut remplir :

Réponse A : 9 bouteilles

Réponse B : 12 bouteilles

Réponse C : 16 bouteilles

Bonne réponse : C

$$\frac{12}{\frac{3}{4}} = 12 \times \frac{4}{3} = 4 \times 4 = 16$$

EXERCICE 4 : 12 Points

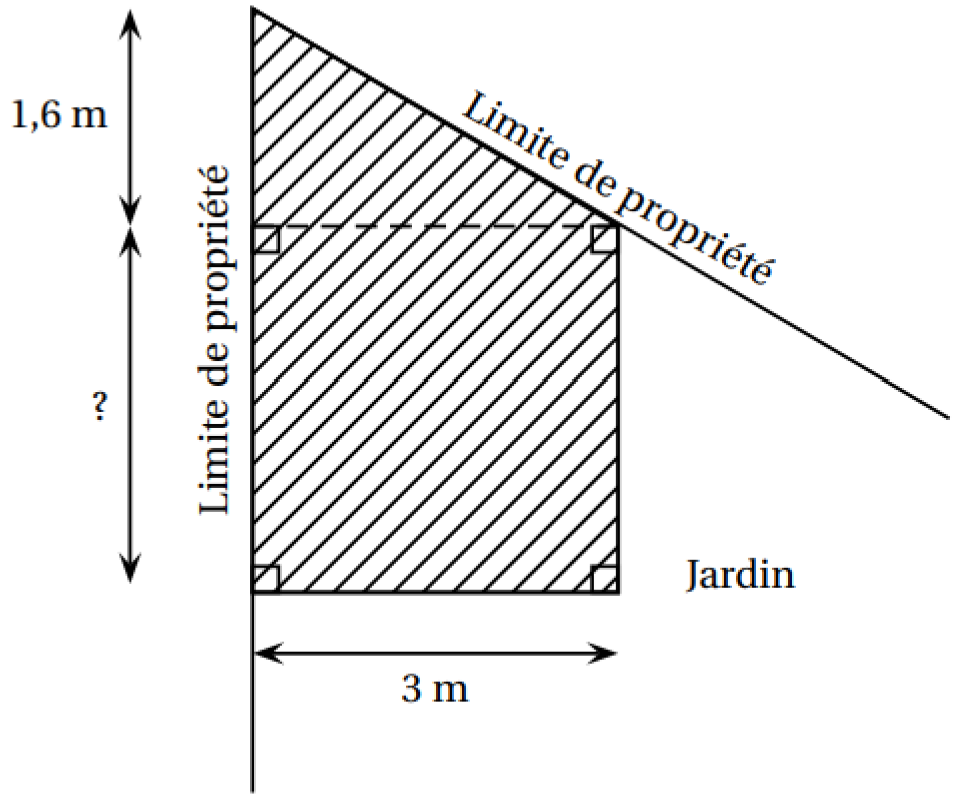
Voir correction spécifique

EXERCICE 5 : 12 Points

Paul veut construire un garage dans le fond de son jardin.

Sur le schéma ci-contre, la partie hachurée représente le garage positionné en limite de propriété.

Les longueurs indiquées (1,6 m et 3 m) sont imposées; la longueur marquée par un point d'interrogation est variable.



Toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans la notation.

Question 1 Sachant que la surface du garage ne doit pas dépasser 20m^2, quelle valeur maximale peut-il choisir pour cette longueur variable?

Réponse : La partie triangulaire est fixe. Son aire est égale à

$$\frac{3 \times 1{,}6}{2} = 3 \times 0{,}8 = 2{,}4\ m^2$$

La partie rectangulaire est variable. Son aire est égale à

$$3 \times x\ m^2$$

Il faut donc que x vérifie

$$2{,}4 + 3x \leq 20\ soit\ 3x \leq 17{,}6\ ou\ x \leq \frac{17{,}6}{3}$$

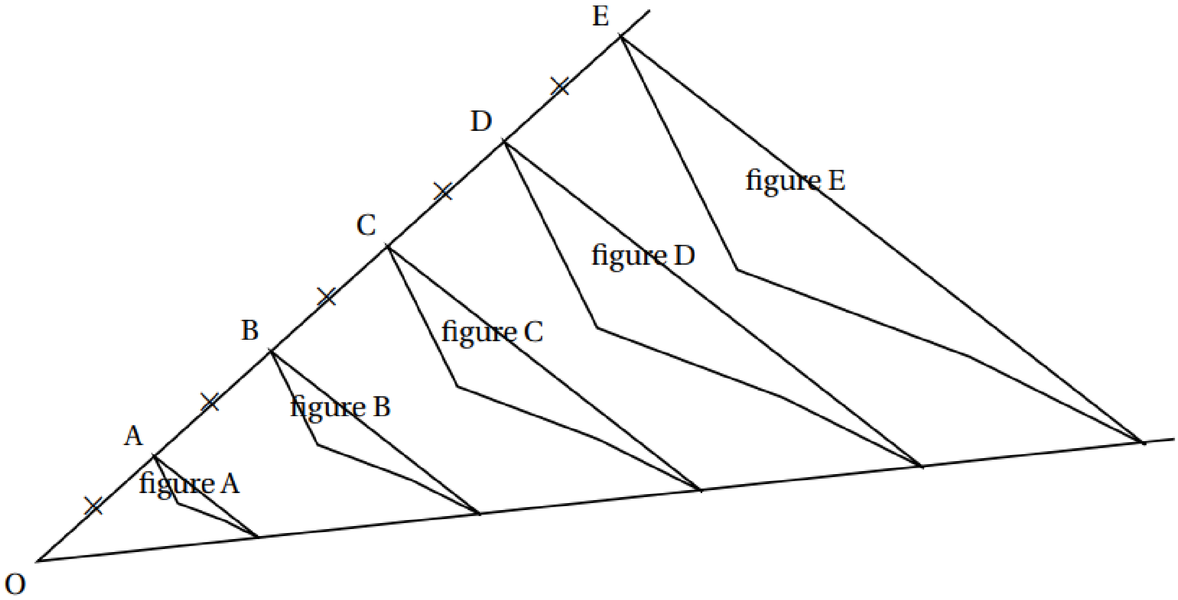
$$\frac{17{,}6}{3} \approx 5{,}866$$

La plus grande valeur possible est $= 5{,}86\ m$ au centimètre près.

EXERCICE 6 : 13 Points

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A.

En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



Question 1 Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A?

Aucune justification n'est attendue.

Réponse : Comme OC = 3OA, le rapport d'homothétie permettant de passer de la figure A à la figure C est 3.

<u>Question 2</u>. On applique l'homothétie de centre O et de rapport 3/5 à la figure E. Quelle figure obtient-on?

Aucune justification n'est attendue.

Réponse : $\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5}$ et OE = 5OA

L'homothétie de centre O et de rapport 1/5 permet de passer de la figure E à la figure A, puis l'homothétie de centre O et de rapport 3 permet de passer de la figure A à la figure C.

On passe donc de E à C.

<u>Question 3</u>. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A?

Réponse : Si l'aire est 4 fois plus grande, c'est que les longueurs sont 2 fois plus grandes. La figure B a donc une aire 4 fois plus grande que celle de la figure A.

EXERCICE 7 : 14 Points

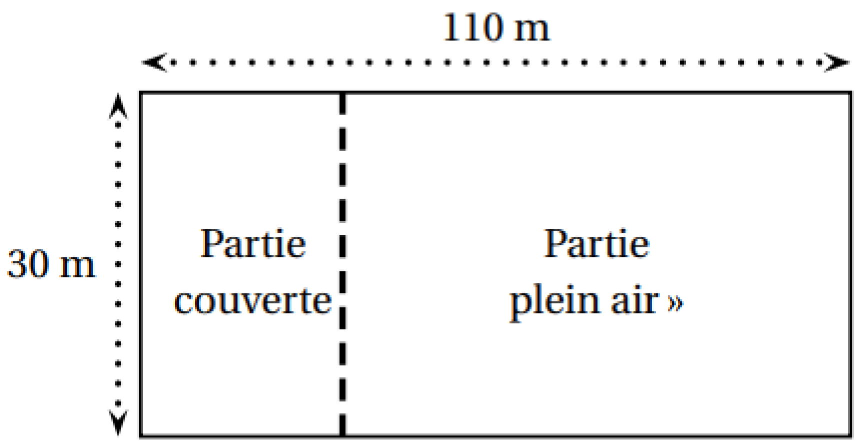
Francis veut se lancer dans la production d'œufs biologiques. Son terrain est un rectangle de 110 m de long et 30 m de large.

Il va séparer ce terrain en deux parties rectangulaires

(voir schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle) :

- une partie couverte

- une partie « plein air »



Pour avoir la qualification « biologique », Francis a l'obligation de respecter les deux règles ci-dessous.

Partie couverte : utilisée pour toutes les poules quand il fait nuit.

6 poules maximum par m^2

Partie « Plein air » : utilisée pour toutes les poules quand il fait jour.

4 m^2 minimum par poule

Il a prévu que la partie couverte ait une surface de 150 m^2.

Toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans la notation.

<u>Question 1</u>. Montrer que l'aire de la partie « plein air » est de 3 150 m^2.

Réponse : Le terrain à une aire de : $110 \times 30 = 3300\ m^2$

Si la partie couverte à une aire de 150 m^2, il reste pour la partie « plein air » : 3300 – 150 = 3150 m^2.

<u>Question 2</u>. Peut-il élever 800 poules dans son installation ?.

Réponse : Pour la partie couverte, il peut mettre au maximum :

$6 \times 150 = 900$ poules

Il peut donc mettre les 800 poules dans la partie couverte.

Dans la journée, ces 800 poules auront besoin de : $4 \times 800 = 3200$ m^2

La partie plein air ne fait que 3150 m^2.

Il ne peut donc pas élever 800 poules.

Question 3. Combien de poules au maximum pourrait-il élever dans son installation ?

Réponse : La partie plein air fait 3150 m2.

Il faut au minimum 4 m2 par poule.

On ne pourra mettre sur ce terrain que

$$\frac{3150}{4} = 787{,}5\ poules$$

Au maximum, Jean ne pourra élever que 787 poules.

EXERCICE 8 : 10 Points

Lorsqu'on fait geler de l'eau, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau utilisé.

En faisant geler 1,5 L d'eau on obtient 1,62 L de glace.

Question 1. Montrer qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.

Réponse :

$$\frac{1{,}62}{1{,}5} = 1{,}08\ L$$

<u>Question 2</u>. On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2?

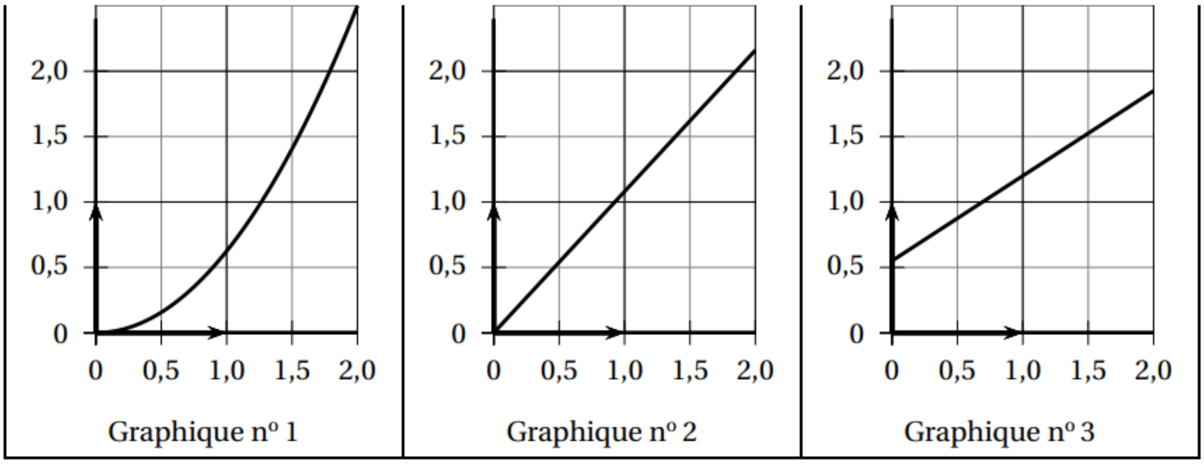
	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)						

Réponse : D'après la question précédente, on passe de C1 à C2 en multipliant par 1,08.

La formule est donc =B1 *1,08

<u>Question 3</u>. Quel graphique représente le volume de glace obtenu (en L) en fonction du volume d'eau contenu dans la bouteille au départ (en L)?

On rappelle que toute réponse doit être justifiée.



Réponse : La fonction permettant de passer du volume d’eau au volume de glace est l’application affine

$$x \mapsto 1{,}08x$$

On sait que la représentation de cette fonction est une droite (graphique n° 1 exclu) contenant l’origine (graphique n° 3 exclu).

Le graphique n° 2 est donc la représentation graphique.