

# Brevet des collèges Asie 22 juin 2015

---

## Exercice 1 : 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, trois réponses (A, B, C) sont proposées. Une seule d'entre elles est exacte.

Une bonne réponse rapporte 1 point.

Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1 : L'écriture en notation scientifique du nombre 587 000 000 est :

A :  $5,87 \times 10^{-8}$

B :  $587 \times 10^6$

C :  $5,87 \times 10^8$

La réponse exacte est :  C

$$587000000 = 5,87 \times 10^8$$

Question 2 : Si on développe et réduit l'expression  $(x + 2)(3x - 1)$  on obtient :

A :  $3x^2 + 5x + 2$

B :  $3x^2 + 6x + 2$

C :  $3x^2 - 1$

La réponse exacte est :

$$(x + 2)(3x - 1) = x^2 - x + 6x - 2 = 3x^2 + 5x - 2$$

Question 3 : Dans un parking il y a des motos et des voitures. On compte 28 véhicules et 80 roues. Il y a donc :

A : 20 voitures

B : 16 voitures

C : 12 voitures

La réponse exacte est :

$$12 \times 4 + 16 \times 2 = 48 + 32 = 80$$

Question 4 : Le produit de 18 facteurs égaux à  $-8$  s'écrit :

A :  $-8^{18}$

B :  $(-8)^{18}$

C :  $18 \times (-8)$

La réponse exacte est :

$$-8 \times (-8) \times \dots \times (-8) = (-8)^{18}$$

Question 5 : La section d'un cylindre de révolution de diamètre 4 cm et de hauteur 10 cm par un plan parallèle à son axe peut être :

A : un rectangle de dimensions 3 cm et 10 cm

B : un rectangle de dimensions 5 cm et 10 cm

C : un rectangle de dimensions 3 cm et 8 cm

La réponse exacte est :

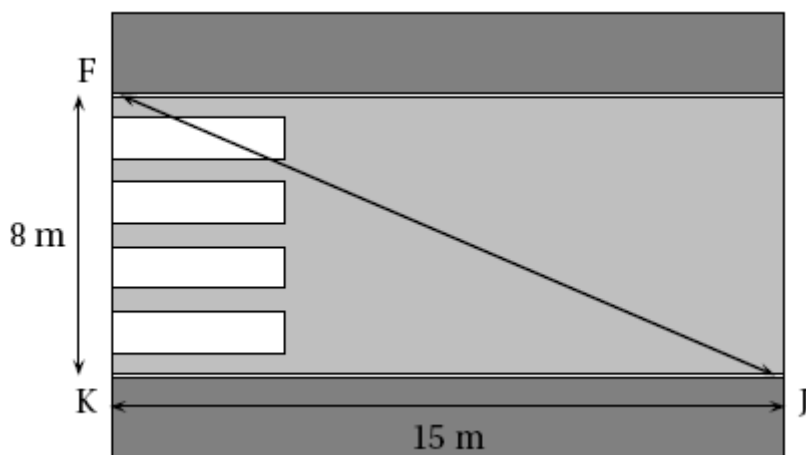
Si on coupe par un plan parallèle à son axe, la longueur du rectangle obtenu est 10 cm, la largeur est inférieure ou égale à 4 cm. Seule la réponse A convient.

### Exercice 2 : 5 points

Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket.

Il décide alors de traverser imprudemment la route du point J au point F sans utiliser les passages piétons.

Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.



En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10mètres.

Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton?

Réponse :

En prenant le passage piéton Julien parcourt :  $8 + 15 = 23 \text{ m}$

En traversant directement de J en F : le triangle FKJ est rectangle en K.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$FJ^2 = FK^2 + KJ^2$$

soit

$$FJ^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$$\text{d'où } FJ = \sqrt{289} = 17 \text{ m}$$

$$\text{Il a donc gagné } 23 - 17 = 6 \text{ m}$$

Pour obtenir le temps mis pour parcourir ces 6 m on peut dresser un tableau de proportionnalité :

X 6

: 10

distance (m)	10	60	6
temps (s)	9	54	5,4

Julien gagne donc 5,4 s

### Exercice 3 : 4 points

Un bus transporte des élèves pour une compétition multisports. Il y a là 10 joueurs de ping-pong, 12 coureurs de fond et 18 gymnastes. Lors d'un arrêt, ils sortent du bus en désordre.

1. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong ?

**Réponse :**

$$10 + 12 + 18 = 40$$

Dans le bus, il y a 40 élèves.

La probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de pingpong est de :

$$\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$$

2. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste ?

**Réponse :**

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

La probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un

gymnaste est de  $\frac{3}{4}$

3. Après cet arrêt, ils remontent dans le bus et ils accueillent un groupe de nageurs. Sachant que la probabilité que ce soit un nageur qui descende du bus en premier est de  $\frac{1}{5}$ , déterminer le nombre de nageurs présents dans le bus.

**Réponse :**

$$\frac{1}{5} = \frac{10}{50} = \frac{10}{10 + 40}$$

Si 10 nageurs soient présents dans le bus, la probabilité que le premier

sportif à sortir du bus soit un nageur est :  $\frac{1}{5}$

Autre méthode : soit  $n$  le nombre de nageurs ; on aura à la descente :

$$\frac{1}{5} = \frac{n}{n + 40}$$

$$n + 40 = 5n$$

$$40 = 5n - n$$

donc  $n = 10$

#### Exercice 4 : 3 points

À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons de baudruche qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons.

L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés cette année-là.

Il en reste alors 13.

Combien d'enfants, au maximum, étaient présents?

**Réponse :**

S'il reste 37 ballons la première année, les enfants se sont partagés équitablement 360 ballons car  $397 - 37 = 360$ .

S'il reste 13 ballons la deuxième année, les enfants se sont partagés équitablement 585 ballons car  $598 - 13 = 585$ .

Pour connaître le nombre maximum d'enfants présents à la fête, je recherche le PGCD, plus grand diviseur commun à 360 et 585.

J'utilise l'algorithme d'Euclide.

$$585 = 360 \times 1 + 225$$

$$360 = 225 \times 1 + 135$$



$$225 = 135 \times 1 + 90$$

$$135 = 90 \times 1 + 45$$

$$90 = 45 \times 2 + 0$$

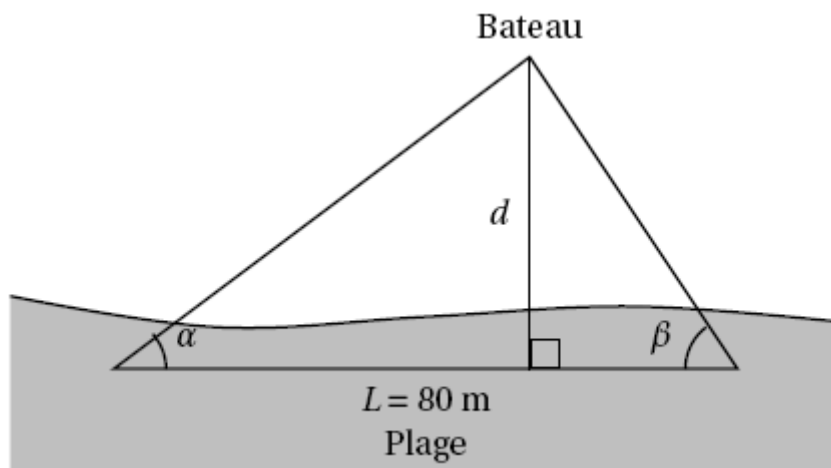
Le dernier reste non nul est 45, donc

$$\text{PGCD}(585 ; 360) = 45.$$

Le nombre maximum d'enfants présents était de 45.

### Exercice 5 : 7 points

Un bateau se trouve à une distance  $d$  de la plage.



Supposons dans tout le problème que

$$\alpha = 45^\circ, \beta = 65^\circ \text{ et que } L = 80 \text{ m}$$

1. Conjecturons la distance  $d$  à l'aide d'une construction.

Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance  $d$ .

a. Faire un schéma à l'échelle 1/1 000 (1 cm pour 10m).

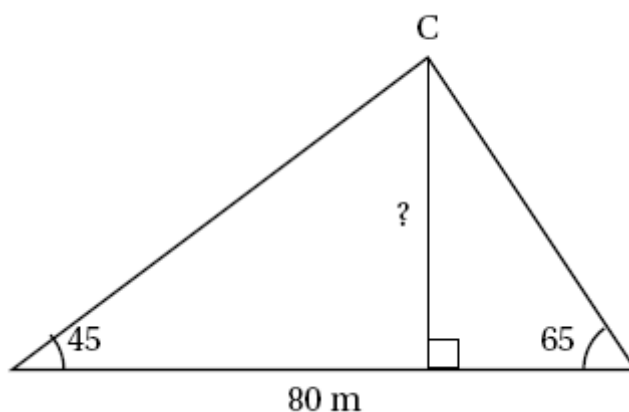
[Fichier GeoGebra](#)

b. Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance  $d$  séparant le bateau de la côte.

\_ Sur le schéma on lit  $CH = 5,46$  \_

$d$  est égale environ à 55 m

2. Déterminons la distance  $d$  par le calcul



a. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$  est de  $70^\circ$

**Réponse :** Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$ . On a donc :

$$\widehat{ACB} = 180 - (\widehat{CAB} + \widehat{CBA}) = 180 - (45 + 65) = 180 - 110 = 70^\circ$$

b. Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi du sinus » :

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}}$$

En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.

Réponse :

$$\frac{BC}{\sin 45} = \frac{AC}{\sin 65} = \frac{80}{\sin 70}$$

$$\frac{BC}{\sin 45} = \frac{80}{\sin 70}$$

D'où par produit en croix :

$$BC = 80 \times \frac{\sin 45}{\sin 70} \approx 60,20 \text{ m au centimètre près}$$

C. En déduire la longueur CH arrondie au cm près

**Réponse** : CBH est un triangle rectangle en H, on a :

$$\sin \widehat{CBH} = \frac{CH}{CB}$$

$$\sin 65 \approx \frac{CH}{60,2}$$

$$CH \approx 60,2 \times \sin 65$$

$$CH \approx 54,56 \text{ m (arrondie au cm près)}$$

### Exercice 6 : 7 points

Soient les fonctions  $f$ ,  $g$ , et  $h$  définies par :

$$f(x) = 6x$$

$$g(x) = 3x^2 - 9x - 7$$

$$h(x) = 5x - 7$$

À l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.

Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2, B3 et B4.

B3		fx =3*B1*B1-9*B1-7							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X	-3	-2	-1	0	1	2	3	
2	f(x) = 6x	-18	-12	-6	0	6	12	18	
3	g(x) = 3x <sup>2</sup> -9x-7	47	23	5	-7	-13	-13	-7	
4	h(x) = 5x - 7	-22	-17	-12	-7	-2	3	8	
5									

Par exemple en B3 elle a tapé :

$$= 3 * B1 * B1 - 9 * B1 - 7$$

1. Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de  $h(-2)$ .

**Réponse :** -17

2. Écrire les calculs montrant que :

$$g(-3) = 47.$$

**Réponse :**

$$g(-3) = 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 7$$

$$g(-3) = 3 \times 9 + 27 - 7$$

$$g(-3) = 27 + 27 - 7$$

$$g(-3) = 54 - 7$$

$$g(-3) = 47$$

3. Faire une phrase avec le mot « antécédent » ou le mot « image » pour traduire l'égalité :

$$g(-3) = 47.$$

**Réponse :** 47 est l'image de -3 par la fonction g ou -3 est un antécédent de 47 par la fonction g.

4. Quelle formule Pauline a-t-elle saisie dans la cellule B4 ?

**Réponse :** `= 5 * B1 - 7`

5. a. Dédurre du tableau ci-dessus une solution de l'équation ci-dessous :

$$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7.$$

**Réponse :** `=` cette équation est vraie pour  $x = 0$  `=`

b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ?

Justifier la réponse.

$$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$$

$$3x^2 - 9x = 5x$$

$$3x^2 - 9x - 5x = 0$$

$$3x^2 - 14x = 0$$

$$x(3x - 14) = 0$$

Si  $ab = 0$ , alors  $a = 0$  ou  $b = 0$

Donc soit  $x = 0$ , soit  $3x - 14 = 0$

$$3x = 14$$

$$x = \frac{14}{3}$$

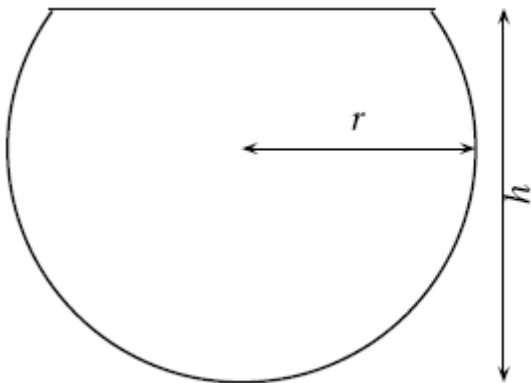
L'équation  $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$  a bien une autre solution que celle trouvée grâce au tableur :

$$x = \frac{14}{3}$$

Exercice 7 : 5 points

Un aquarium a la forme d'une sphère de 10 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une « calotte sphérique ».

La hauteur totale de l'aquarium est 18 cm.



1. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$$

où  $r$  est le rayon de la sphère et  $h$  est la hauteur de la calotte sphérique.

a. Prouver que la valeur exacte du volume en  $\text{cm}^3$  de l'aquarium est  $1296\pi$ .

**Réponse :**

$$V = \frac{\pi}{3} \times 18^2 \times (3 \times 10 - 18)$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times 324 \times (30 - 18)$$



$$V = \frac{\pi}{3} \times 324 \times 12$$

$$V = \frac{3888\pi}{3} \approx 1296\pi \text{ cm}^3$$

b. Donner la valeur approchée du volume de l'aquarium au litre près.

Réponse :

$$V = \frac{3888\pi}{3} \approx 1296\pi \approx 4072 \text{ cm}^3$$

$$V \approx 4 \ell$$

2. On remplit cet aquarium à ras bord, puis on verse la totalité de son contenu dans un autre aquarium parallélépipédique. La base du nouvel aquarium est un rectangle de 15 cm par 20 cm.

Déterminer la hauteur atteinte par l'eau (on arrondira au cm).

\* Rappel :  $1 \ell = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

**Réponse :**

Soit  $h$  la hauteur atteinte par l'eau dans le nouvel aquarium.

On a :

$$15 \times 20 \times h = 1296 \pi$$

$$300h = 1296 \pi$$

$$h = \frac{1296 \pi}{300}$$

$$h \approx 14 \text{ cm.}$$

La hauteur atteinte par l'eau est d'environ 14 cm.