

# Brevet des collèges Amérique du Sud 2015

---

## EXERCICE 1 : 4 points

Dans ce questionnaire à choix multiple, pour chaque question, une seule proposition est exacte. Pour chacune des questions, donner la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue. Une réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne retire aucun point.

Question 1 :  $(4\sqrt{2})^2$  est

1. égal à 16
2. le PGCD de 128 et de 96
3. égal à  $8\sqrt{2}$

Réponse :

$$(4\sqrt{2})^2 = 4^2 \times (\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$$

C'est le PGCD de 128 et 96 car

$$128 = 32 \times 4$$

$$96 = 32 \times 3$$

Question 2 : La médiane de la série de valeurs

7 ; 8 ; 8 ; 12 ; 12 ; 14 ; 15 ; 15 ; 41

1. est supérieure à la moyenne de cette série.

2. est inférieure à la moyenne de cette série.

3. est égale à la moyenne de cette série.

**Réponse** :   2  

La moyenne de la série est égale à environ 14,666 et la médiane est 12

Question 3 : Dans une classe de 30 élèves, les  $\frac{2}{3}$  des élèves viennent en

bus. Combien d'élèves ne viennent pas en bus ?

1.

$$\frac{2}{3} \times 30$$

2.

$$1 - \frac{2}{3} \times 30$$

3.

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 30$$

Réponse :

$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  ne viennent pas en bus ;

ils représentent :  $\frac{1}{3} \times 30 = 10$

Question 4 : Le système

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3 - 3y = -12 \end{cases}$$

a pour solution

1. le couple (3,5 ; 4)

2. le couple (-12 ; 0)

3. le couple (3 ; 5)

Réponse :

## EXERCICE 2 : 4 points

On considère deux fonctions

$$f : x \mapsto -8x \text{ et } g : x \mapsto -6x + 4$$

On utilise un tableur pour calculer des images par  $f$  et  $g$

	A	B	C	D	E
1	$x$	-3	0	2	
2	$f(x) = -8x$	24	0	-16	-24
3	$g(x) = -6x + 4$	22	4	-8	-14

1. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite ?

**Réponse** : =B2 \* (-3)

2. Le contenu de la cellule E1 a été effacé. Peux-tu le retrouver ?

**Réponse** : On a à trouver l'antécédent de -24 qui est :

$$\frac{-24}{-8} = 3$$

3. On fabrique une nouvelle fonction

$$h : x \mapsto f(x) \times g(x).$$

La fonction  $h$  est-elle une fonction affine ?

**Réponse :** On a

$$h(x) = -8x(-6x + 4) = 48x^2 - 32x$$

Ce n'est pas une fonction affine.

### EXERCICE 3 : 4 points

Un « DJ » possède 96 titres de musique rap et 104 titres de musique électro. Lors de ses concerts, il choisit les titres qu'il mixe au hasard.

(DJ signifie « disk jokey » c'est à dire animateur musical)

1. Calculer la probabilité que le premier titre soit un titre de musique rap.

**Réponse :** Il y a en tout  $96 + 104 = 200$  titres.

La probabilité que le premier titre soit un titre de musique rap est donc égale à

$$\frac{96}{200} = \frac{48}{100} = 48\% = 0,48$$

2. Pour varier ses concerts, le DJ souhaite répartir tous ses titres en réalisant des « mix » identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de titres et la même répartition de titres de musique « rap » et de musique « électro ».

(mix est une abréviation de mixage)

a. Quel est le nombre maximum de concerts différents pourra-t-il réaliser ?

**Réponse** : Il faut répartir tous les titres donc il faut trouver un nombre qui divise 104 et 96 le plus grand : c'est donc le PGCD de 104 et 96.

On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$104 = 96 \times 1 + 8 ;$$

$$96 = 8 \times 12 + 0.$$

On a donc  $\text{PGCD}(104 ; 96) = 8$ , soit 8 concerts différents.

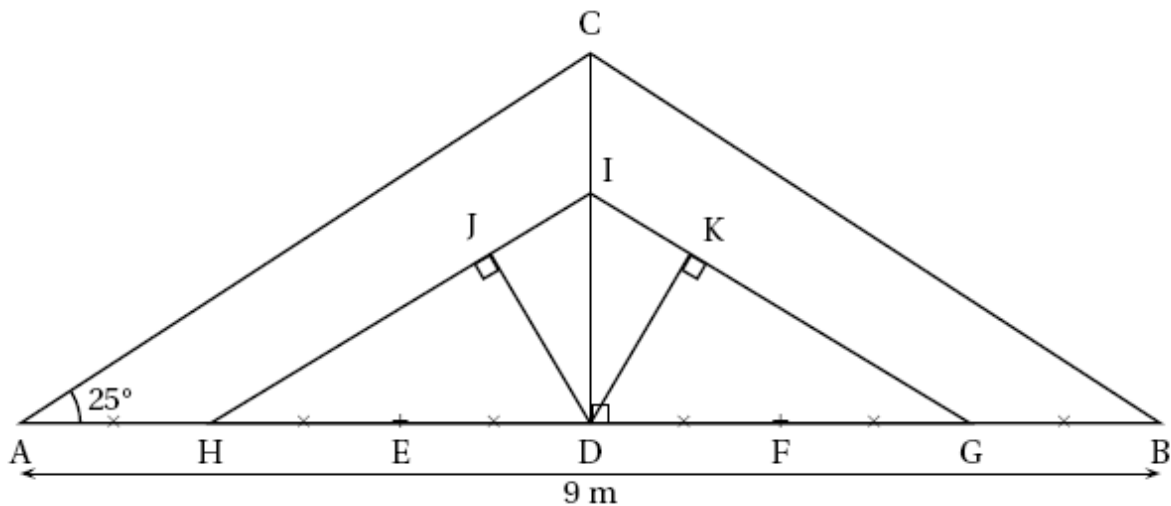
b. Combien y aura-t-il dans ce cas de titres de musique rap et de musique électro par concert ?

**Réponse** : On a  $104 = 8 \times 13$  et  $96 = 8 \times 12$ .

Il y aura dans chaque concert 13 titres d'électro et 12 titres de rap.

#### EXERCICE 4 : 6 points

Un charpentier doit réaliser pour un de ses clients la charpente dont il a fait un schéma ci-dessous :



Il ne possède pas pour le moment toutes les dimensions nécessaires pour la réaliser mais il sait que :

- la charpente est symétrique par rapport à la poutre [CD],
- les poutres [AC] et [HI] sont parallèles.

Vérifier les dimensions suivantes, calculées par le charpentier au centimètre près.

Toutes les réponses doivent être justifiées.

1. Démontrer que hauteur CD de la charpente est égale à 2,10 m.

**Réponse :** Puisque (CD) est axe de symétrie de la figure, elle est perpendiculaire au segment [AB] en son milieu D. Le triangle CAD est donc rectangle en D et  $AD = 4,5$  m.

On a dans ce triangle :

$$\tan \hat{A} = \frac{CD}{AD}$$

$$CD = \tan 25^\circ \times 4,5 \approx 2,098$$

$CD = 2,10$  m au centimètre près.

2. Démontrer, en utilisant la propriété de Pythagore, que la longueur AC est égale à 4,97 m.

**Réponse :** Le théorème de Pythagore dans le triangle ACD s'écrit :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AC^2 = 4,5^2 + 2,1^2 = 20,25 + 4,41 = 24,66$$

$$AC = \sqrt{24,66} \approx 4,965$$

donc  $AC = 4,97$  m au centimètre près.



3. Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que la longueur DI est égale à 1,40 m.

**Réponse :** On a d'après la figure

$$DH = \frac{2}{3} \times AD = \frac{2}{3} \times 4,5 = 3$$

Les droites (AC) et (HI) étant parallèles, les D, H, A d'une part, D, I, C d'autre part étant alignés dans cet ordre, le théorème de Thalès s'applique et s'écrit :

$$\frac{DH}{DA} = \frac{DI}{DC} = \frac{HI}{AC}$$

$$\frac{3}{4,5} = \frac{DI}{2,1}$$

$$DI = 2,1 \times \frac{2}{3} = 1,4 \text{ m}$$

4. Proposer deux méthodes différentes pour montrer que la longueur JD est égale à 1,27 m. On ne demande pas de les rédiger mais d'expliquer la démarche.

**Réponse :**

Méthode 1 : dans le triangle HDJ rectangle en J, on a  $\widehat{JHD} = 25^\circ$  car les poutres [AC] et [HI] sont parallèles ; on a donc

$$\sin \widehat{JHD} = \frac{DJ}{DH}$$

$$DJ = DH \times \sin JHD = 3 \times \sin 25 \approx 1,267$$

DJ = 1,27 m au centimètre près.

Méthode 2 : on calcule l'aire du triangle rectangle HDI :

$$\frac{1}{2} \times HI \times DJ = \frac{1}{2} \times DH \times DI$$

Il reste à calculer IH grâce au théorème de Pythagore toujours dans ce triangle HDI.

$$HI = \sqrt{3^2 + 1,4^2} \approx 3,311$$

$$DJ = \frac{DH \times DI}{HI} \approx \frac{3 \times 1,4}{3,311} \approx 1,268$$

DJ = 1,27 m au centimètre près.

### EXERCICE 5 : 4 points

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : n désigne un nombre entier naturel.

L'expression  $n^2 - 6n + 9$  est toujours différente de 0.

Réponse :

$$n^2 - 6n + 9 = (n - 3)^2$$

Cette expression est nulle pour  $n=3$

Affirmation 2 : Un faucon pèlerin vole vers sa proie à une vitesse de 180 km/h. Il est plus rapide qu'un ballon de football tiré à la vitesse de 51m/s.

Réponse :

Le ballon fait 51m en 1 seconde donc

$51 \times 60 \times 60 = 183600$  m en une heure, soit

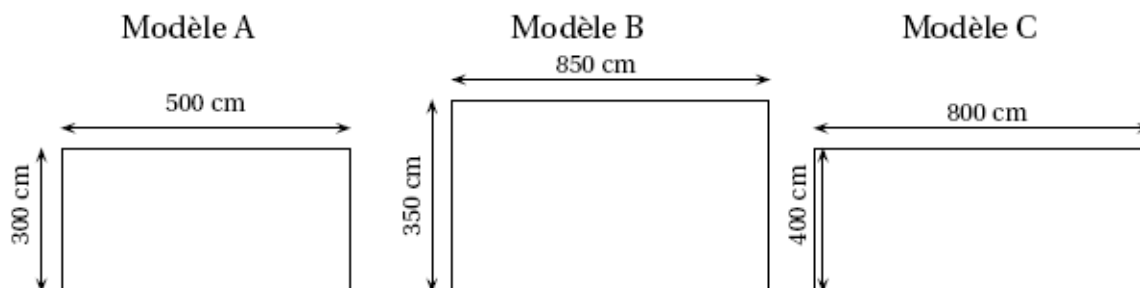
183,6 km/h : il est plus rapide que le faucon.

### EXERCICE 6 : 5 points

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

Monsieur et Madame Jean vont faire construire une piscine et l'entourer de dalles en bois sur une largeur de 2m.

## Information 1 : les modèles de piscine



### Modèle A :

Dimensions : 500 cm ; 300 cm

Profondeur : 133 cm

Pompe : débit 8 m<sup>3</sup>/h

### Modèle B :

Dimensions : 850 cm ; 350 cm

Profondeur : 138 cm

Pompe : débit 10 m<sup>3</sup>/h

### Modèle C

Dimensions : 800 cm ; 400 cm

Profondeur : 144 cm

Pompe : débit 12 m<sup>3</sup>/h

## **Information 2** : les dalles en bois

Dalle Jécoba en bois,

L 100 cm × larg. 100 cm × ép. 28 mm

Référence 628 051

Quantité pour 1m<sup>2</sup> : 1

Épaisseur du produit (en mm) : 28

Couleur : Naturel

Prix indicatif : 13,90 € le mètre carré

## **Information 3** : la promotion sur les dalles en bois

Vente flash : 15% de remise

Ils choisissent le modèle de piscine qui a la plus grande surface.

Quel prix payent-ils pour leurs dalles s'ils profitent de la vente flash ?

**Réponse :**

Aire du modèle A :  $5 \times 3 = 15 \text{ m}^2$  ;

Aire du modèle B :  $8,5 \times 3,5 = 29,75 \text{ m}^2$  ;

Aire du modèle C :  $8 \times 4 = 32 \text{ m}^2$

Ils choisissent le modèle C.

Aire des dalles :

$$(8 + 2 + 2) \times 2 \times 2 + 4 \times 2 \times 2 = 64 \text{ m}^2$$

soit 64 dalles.

La promotion revient à payer 85% du prix initial. Le coût des dalles est donc de :

$$64 \times 13,9 \times 0,85 = 756,16 \text{ €}$$

### EXERCICE 7 : 5 points

Marc veut fabriquer un bonhomme de neige en bois.

Pour cela, il achète deux boules : une boule pour la tête de rayon 3 cm et une autre boule pour le corps dont le rayon est 2 fois plus grand.

1. a. Vérifier que le volume de la boule pour la tête est bien  $36\pi \text{ cm}^3$ .

**Réponse** : Volume d'une boule de rayon 3 cm

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 4\pi \times 3^2 = 36\pi \text{ cm}^3$$

b. En déduire le volume exact en  $\text{cm}^3$  de la boule pour le corps.

Réponse : le rayon étant 2 fois plus grand le volume est  $2^3 = 8$  fois plus grand donc égal à

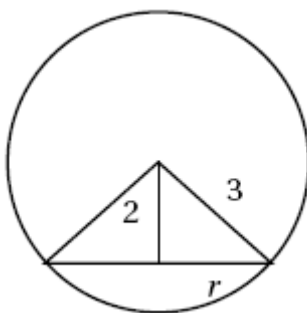
$$V_2 = 8 \times 36\pi = 288\pi \text{ cm}^3$$

2. Marc coupe les deux boules afin de les assembler pour obtenir le bonhomme de neige.

Il coupe la boule représentant la tête par un plan situé à 2 cm de son centre.

Quelle est l'aire de la surface d'assemblage de la tête et du corps ?  
Arrondir le résultat au  $\text{cm}^2$ .

**Réponse :**



La coupe est un disque dont le rayon  $r$  est la longueur d'un triangle rectangle de côté 2 et d'hypoténuse 3 ; d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$r^2 + 2^2 = 3^2$$

$$r^2 = 9 - 4 = 5$$

$$r = \sqrt{5} \text{ cm}$$

L'aire du disque est donc égale à :

$$\pi \times r^2 = \pi \times 5 = 5\pi \approx 15,708 \text{ cm}^2$$

L'aire du disque est donc d'environ 16 cm<sup>2</sup>

### EXERCICE 8 : 4 points

Sophie habite Toulouse et sa meilleure amie vient de déménager à Bordeaux. Elles décident de continuer à se voir. Sophie consulte les tarifs de train entre les deux villes :

— un aller-retour coûte 40 €

— si elle achète un abonnement pour une année à 442 €, un aller-retour coûte alors moitié prix.



Aider Sophie à choisir la formule la plus avantageuse en fonction du nombre de voyages.

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

**Réponse :**

Soit  $x$  le nombre d'aller(s)-retour(s)

Sans abonnement Sophie paiera :  $40x$  dans l'année.

Avec l'abonnement Sophie paiera :  $442 + 20x$ .

$$40x < 442 + 20x$$

$$20x < 442$$

$$10x < 221$$

$$x < 22,1$$

Jusqu'à 22 allers retours, il vaut mieux ne pas prendre l'abonnement.

$$40x > 442 + 20x$$

$$20x > 442$$

$$10x > 221$$

$$x > 22,1$$

À partir de 23 allers retours il est plus intéressant pour Sophie de prendre l'abonnement.

**Remarque** : on peut aussi faire la représentation graphique de la fonction linéaire et de la fonction affine et lire pour quelles valeurs de  $x$  l'une est en dessous de l'autre.