Agrandissement – Réduction

Contenu

Définition

L'agrandissement ou la réduction d'une figure s'obtient par des transformations qui **conservent la forme** de la figure, et qui **multiplient les longueurs des côtés** de cette figure par une même valeur.

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport **k**

- les longueurs sont multipliées par **k**,

- les mesures d'angles sont conservées, en particulier l'angle droit.

- le parallélisme est conservé.

Si **$k > 1$** on parle d'agrandissement.

Si **$0 < k < 1$** on parle de réduction.

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport **k**

- l'aire d'une surface est multipliée par **k^2**,

- le volume d'un solide est multiplié par **k^3**.

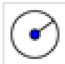
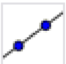
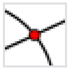
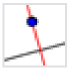
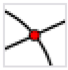
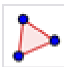
Agrandissement d'un losange

1) Construire un losange RSTU de centre O tel que les diagonales RT=4cm et US=6cm.

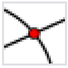
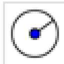
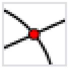
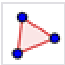
2) Construire un losange IJKL de centre O qui est un agrandissement à l'échelle 1.5 du losange RSTU.

Nous savons que dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu : ici le point O

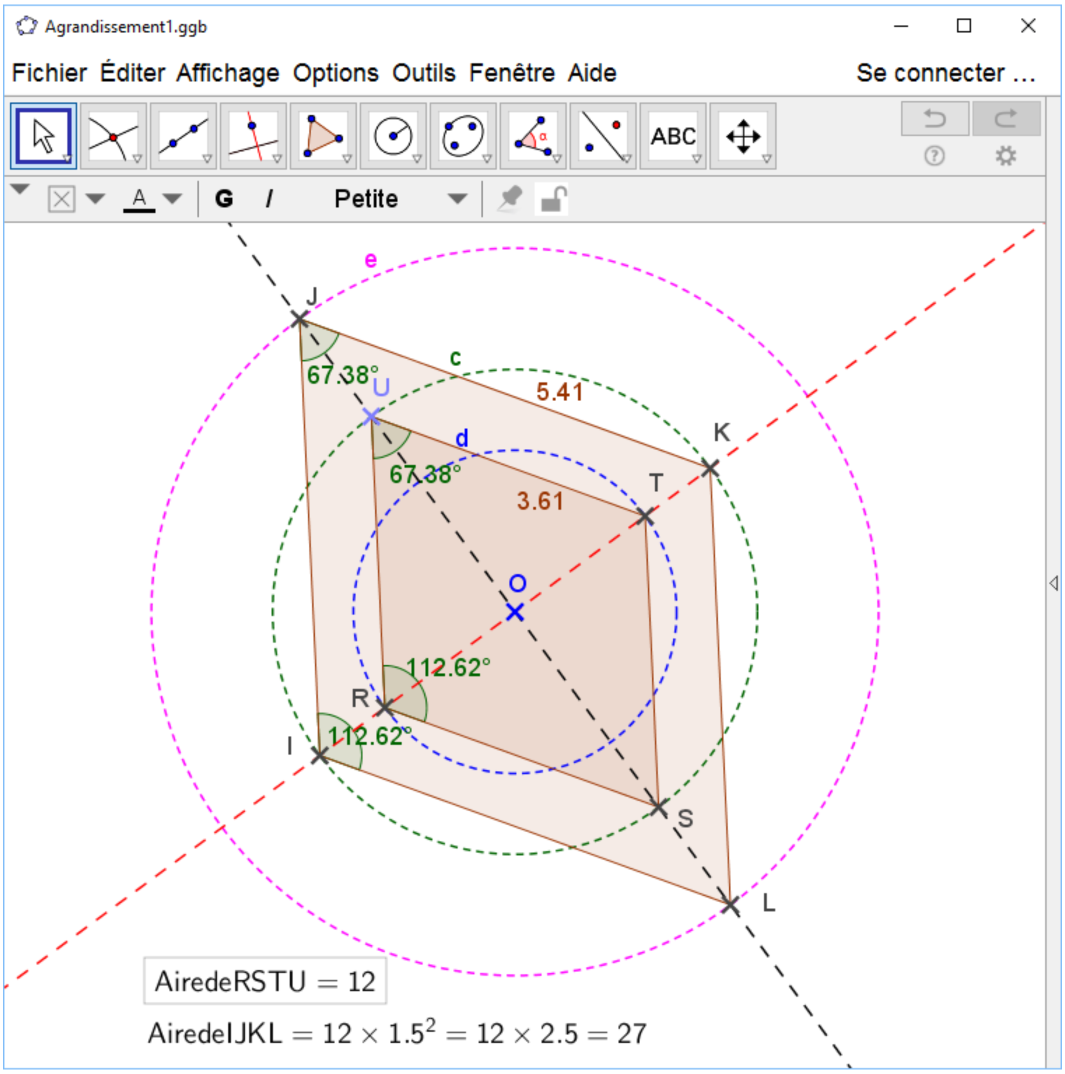
Construction de RSTU

- Tracer un cercle c de centre O et de rayon 3. 
- Prendre un point U sur ce cercle  et tracer une droite passant par U et O . Elle coupe le cercle c en un point S .
- Tracer un cercle d de centre O et de rayon 2 
- Tracer une perpendiculaire à US passant par O 
- Cette perpendiculaire coupe le cercle d en deux points R et T 
- Tracer le losange RSTU 

Construction de IJKL

- La construction est identique à celle de RSTU en prenant pour valeur des diagonales : IK = 6 et JL = 9. Nous pouvons remarquer que IK vaut 6. Les points I et K sont donc situés sur le cercle c. Ils sont alignés avec R et T. Ils sont donc situés à l'intersection du cercle c et de la droite (RT). 
- Tracer le cercle e de centre O et de rayon 4.5 . Il coupe la droite US en deux points J et L. 
- Tracer le losange IJKL. 
- Afficher l'aire des deux losanges 

 et vérifier que l'aire de IJKL est égale à l'aire de RSTU multipliée par 1.5^2.
- Afficher les dimensions des côtés des deux losanges et vérifier que les mesures des côtés de IJKL sont égales à celles des côtés de RSTU multipliées par 1.5.
- Afficher les mesures des angles $\widehat{IJK}$ et $\widehat{RUT}$ 
- Afficher les mesures des angles $\widehat{JIL}$ et $\widehat{URS}$ 



GeoGebra [Le fichier de la construction]

GeoGebra [S'entrainer]

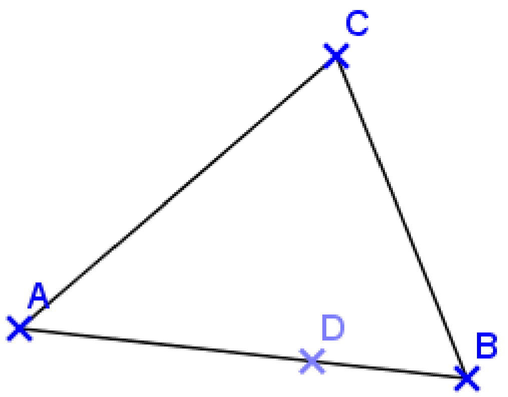
Agrandir – réduire un triangle

Nous allons ici essayer d'agrandir – réduire un triangle en fixant la valeur du rapport k par un curseur qui varie entre 0 et 3.

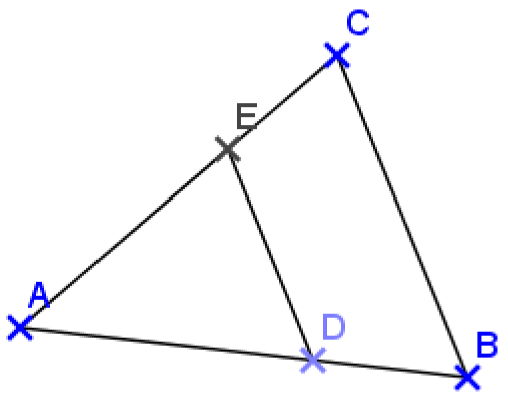
Soit ABC un triangle quelconque, nous voulons que le triangle ADE soit tel que $AD = k \times AB,\ AE = k \times AC \text{ et } DE = k \times BC$

On peut aussi écrire :

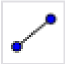
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = k$$



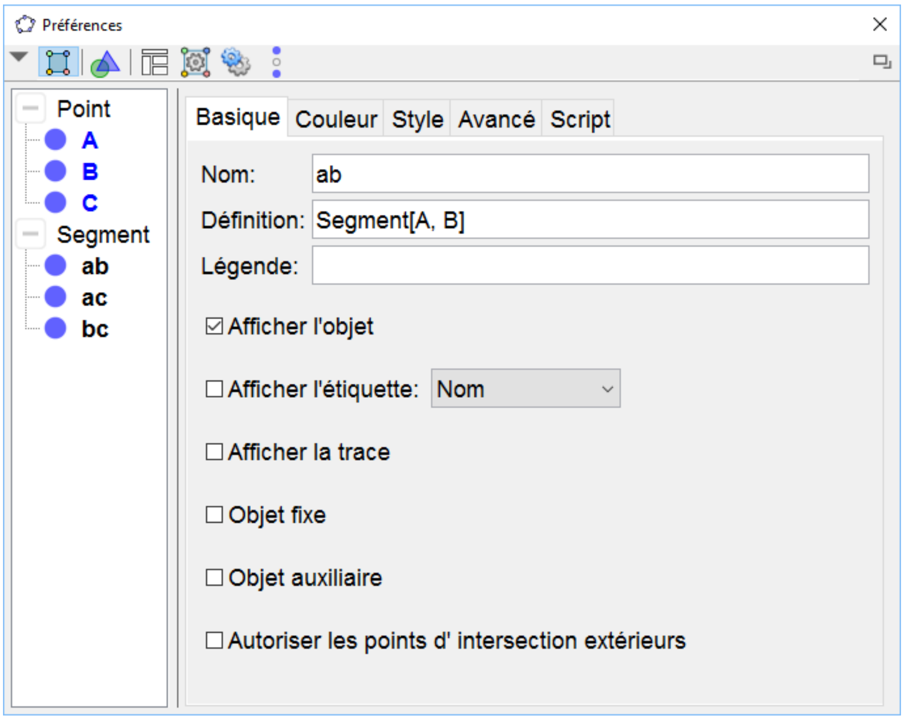
Réciproque du théorème de Thalès : Dans un triangle ABC, si deux points D et E appartenant respectivement à la droite (AB) et (AC) sont tels que $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ alors les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

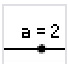


- Placer trois points A, B, C 

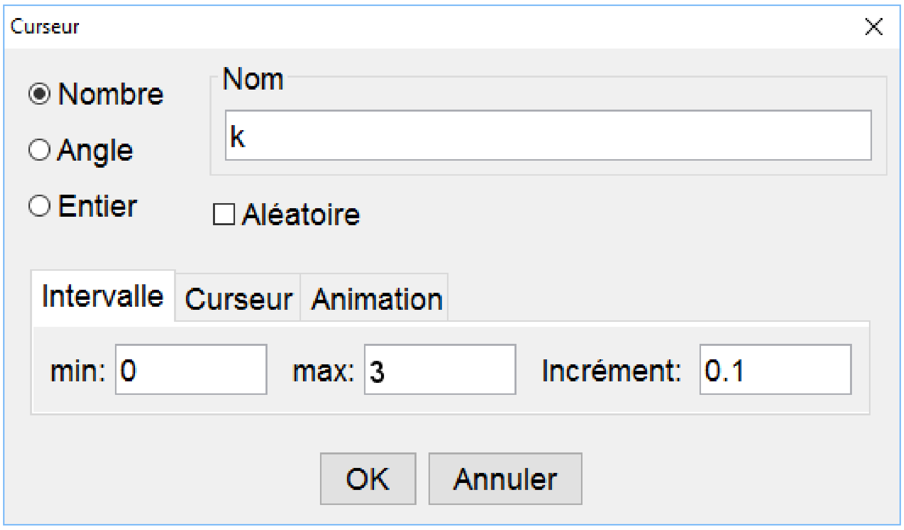
et tracer les segments [AB], [AC] et [BC]. 

- Ouvrir la fenêtre des propriétés (clic droit sur n'importe quel point, puis clic sur « propriétés ») et renommer ces trois segments : ab, ac et bc. (Le nom du segment fournit aussi la mesure de ce segment)



- Placer un curseur 

, le nommer k et mettre ses valeurs entre 0 et 3



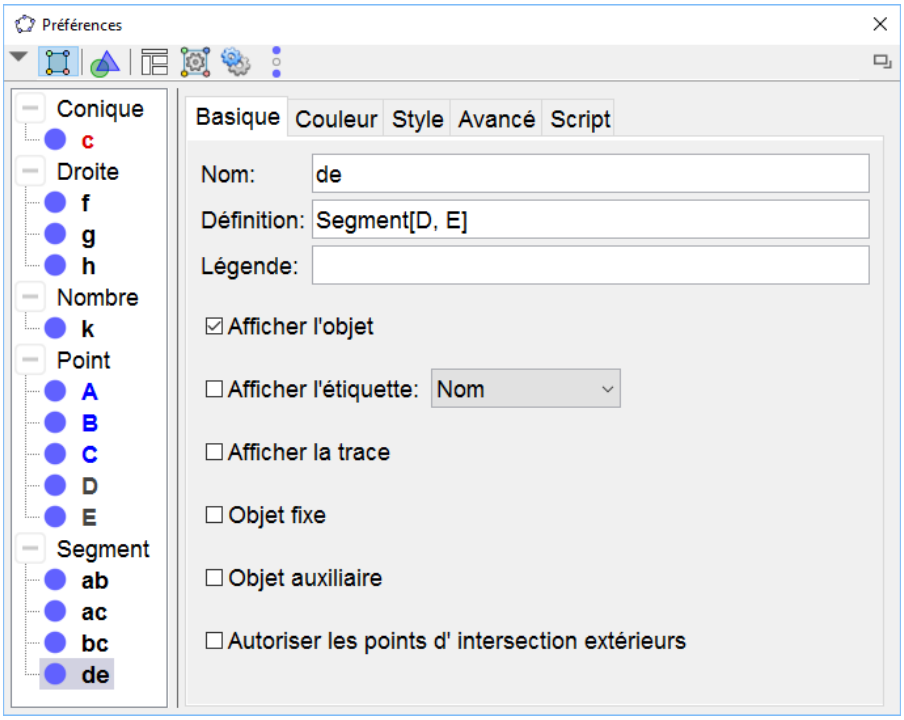
- Nous devons maintenant placer un point D, sur la droite (AB) tel que AD = AB × k. Il suffit de tracer un cercle de centre A et de rayon égal à ab × k. (ab = mesure du segment [AB].)

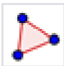
  Tracer la droite (AB) , puis le cercle .

  Si k vaut 1, ce cercle passe par B. Modifier la valeur de k et placer le point D à l'intersection du cercle et de la droite (AB).

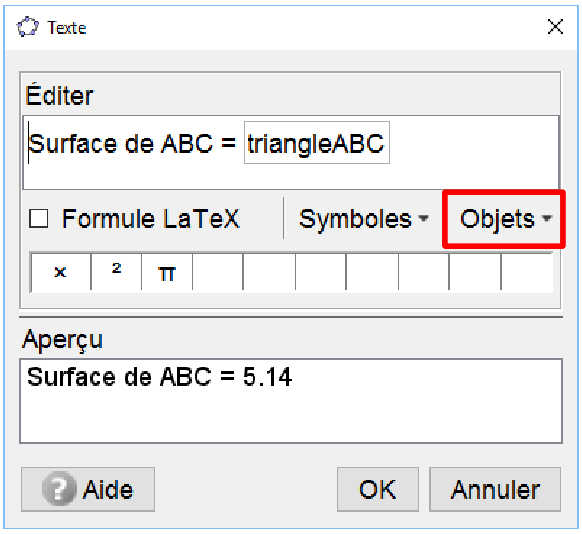
- Tracer la droite (AC) . Le point E est à l'intersection de cette droite et de la droite parallèle à BC passant par D .

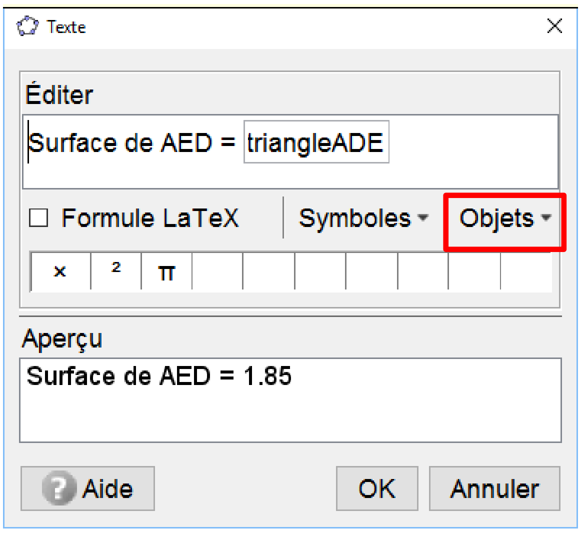
- Tracer les segments [DE], [AD], [AE] et les nommer respectivement de, ad et ae.



- Tracer les triangles ABC et AED  dans deux couleurs différentes et les renommer triangleABC et triangleAED. Le nom d'un triangle fournit aussi l'aire de ce triangle.
- Afficher la surface de chacun de ces deux triangles. Avec l'outil Texte 

, ouvrir la fenêtre Texte. Taper Surface de ABC = et après le =, cliquer sur « Objets » et rechercher l'objet triangleABC dont la valeur est égale à l'aire du triangle ABC.

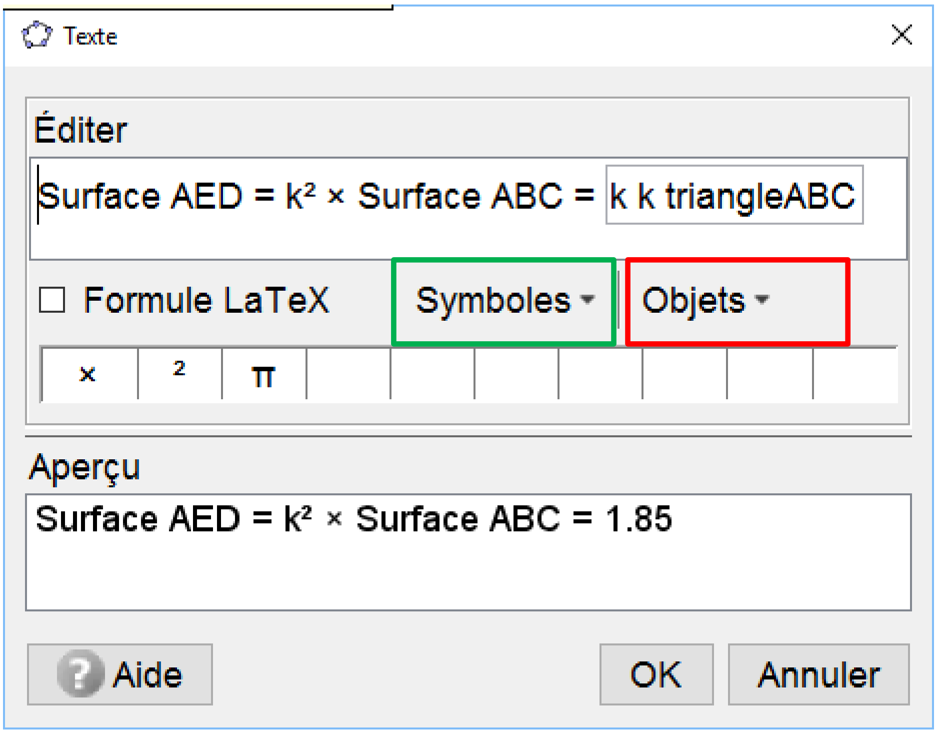




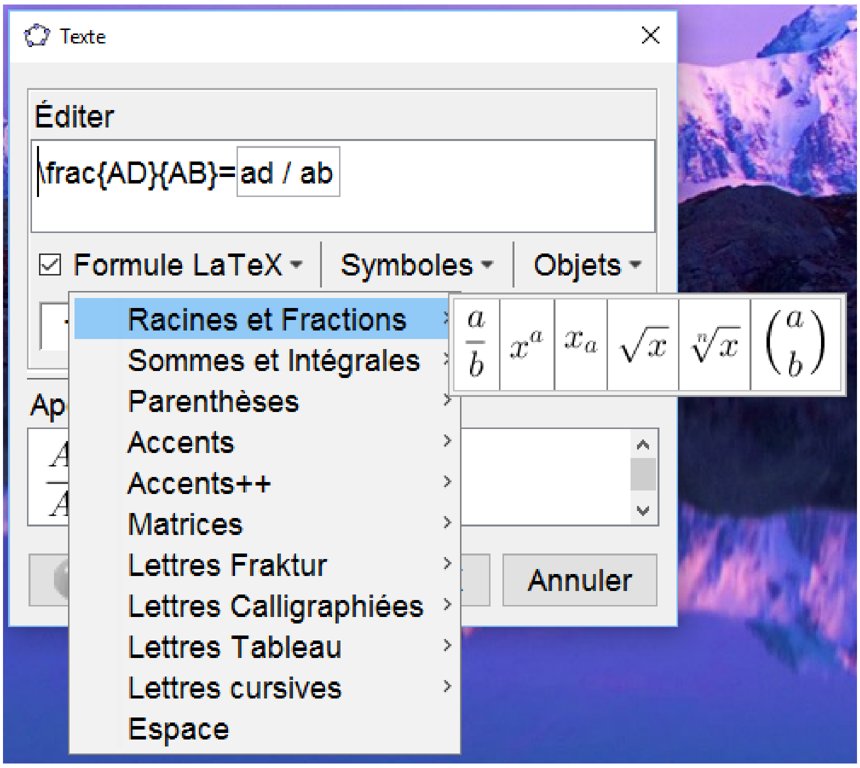
- Dans un troisième texte écrire :

Surface AED = k^2 × Surface ABC = (le 2 et le × sont à chercher sous le bouton « Symboles »

Derrière le =, cliquer sur « Objets » et chercher « Champ vide » (en haut de la liste). Le curseur se place dans ce champ. Écrire dans ce champ : k * k * triangleABC (ne pas oublier les espaces). Le calcul effectué s'affiche dans l'aperçu.



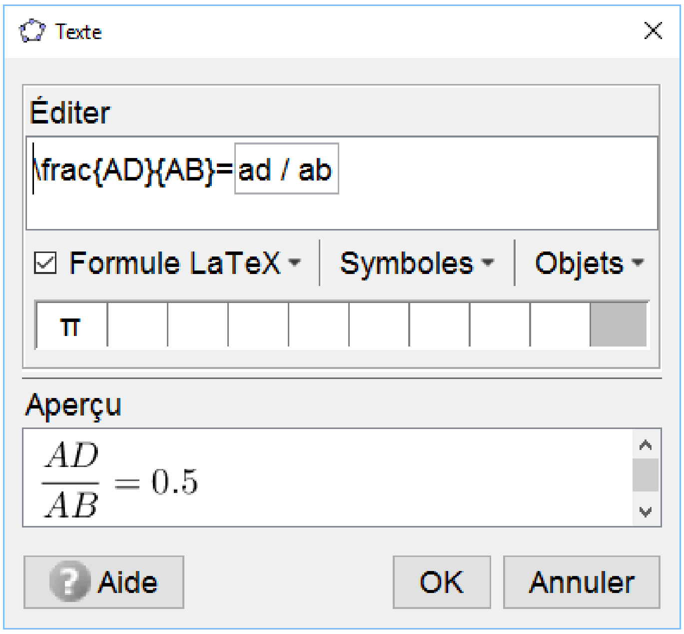
- Dans un quatrième texte, cocher la case « Formule Latex, cliquer sur la petite flèche à côté du mot LaTeX, cliquer sur « Racine et fractions » et enfin sur $\frac{a}{b}$.



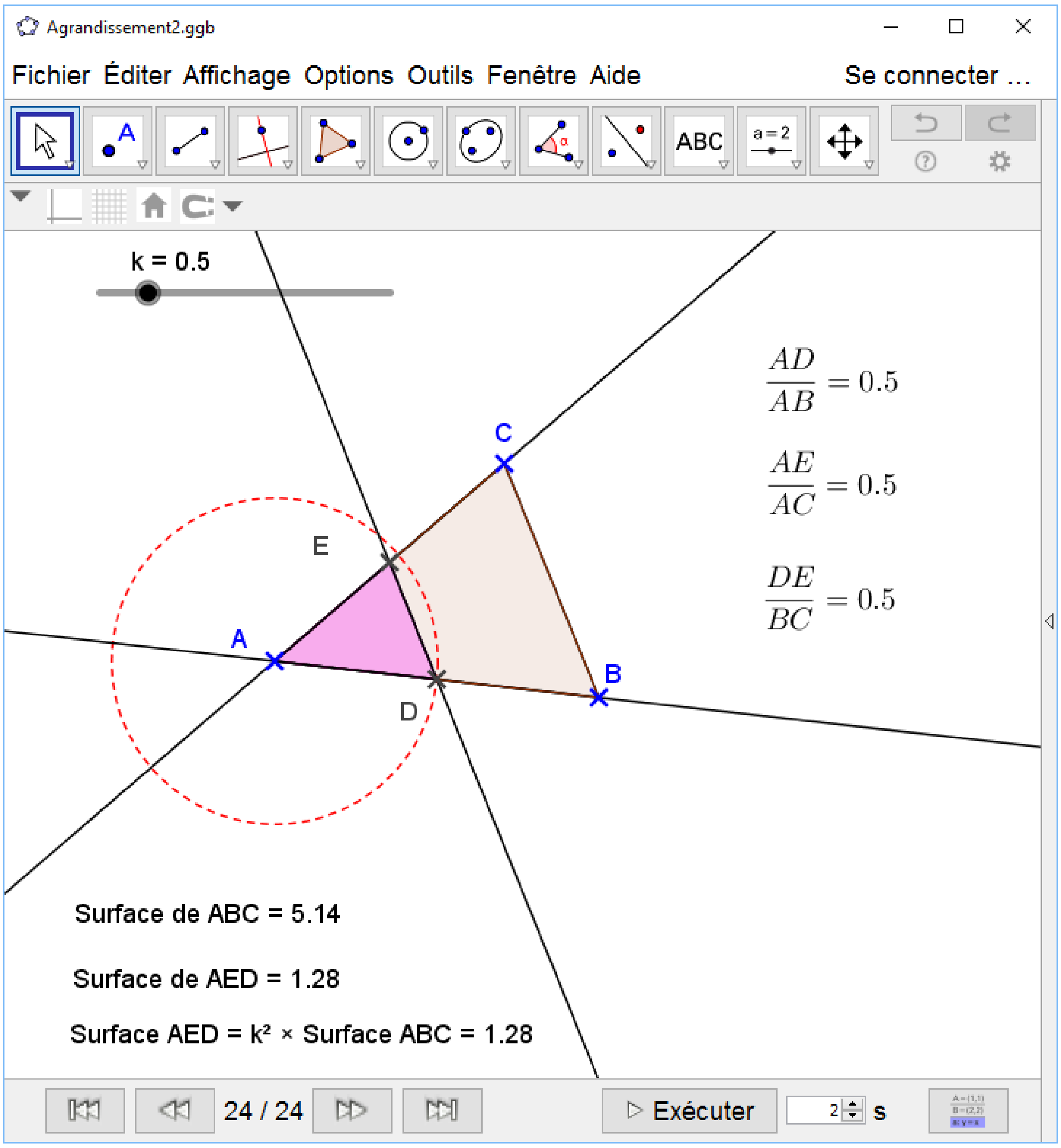
\frac{a}{b} s'affiche dans la zone « Éditer ». Dans les accolades mettre AD et AB, puis =.

Après = cliquer sur « Objets » et chercher « Champ vide ».

Écrire ad / ab dans ce champ. ad est la mesure du segment [AD] et ab est la mesure du segment [AB].



- Faire de même pour afficher $\frac{AE}{AC}$ et $\frac{DE}{BC}$



GeoGebra [Le fichier de la construction]()

GeoGebra [S'entrainer]()